

Noi titluri în biblioteca catedrei de matematică și informatică

Prof. Matyas Mirel

C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău

Așa cum se știe, cabinetul de matematică "Ioan Mocan" adăpostește o vastă bibliotecă, conținând numeroase cărți de specialitate – culegeri de probleme, manuale școlare, lucrări științifice ce acoperă cele mai diverse ramuri ale matematicii.

De curând, fondul de carte al bibliotecii s-a îmbogățit cu încă 158 de titluri, grație unei donații pe care domnul profesor Țifrea Ioan a făcut-o în primăvara acestui an. Fost profesor al școlii noastre, fost director (1987-1990) și inspector școlar, acum pensionar, a considerat că o parte din cărțile pe care le-a adunat de-a lungul anilor, să revină școlii în care a activat.

Printre cărțile donate se află și unele valoroase, atât prin vechimea acestora și prin forma de prezentare, cât mai ales prin conținutul lor. De exemplu, cursurile universitare litografiate, purtând semnătura unor iluștri profesori universitari pe care generații de actuali profesori de matematică i-au prins pe băncile școlii, vor fi mărturie peste timp asupra școlii românești de matematică. Putem enumera titlurile: "*Istoria Matematicii*" a conferențiarului (pe atunci) Toth Alexandru (1971), "*Curs și culegere de probleme de analiză funcțională. Vol.I*" al profesorului Ioan Muntean (1973), "*Lecții de analiză matematică*" a profesorului Ion Colojoară și editat de Universitatea din București (1979) sau "*Teoria punctului fix. Vol.I teoria punctului fix în structuri algebrice*" având ca autor pe profesorul Ioan A. Rus (1971).

Ne bucurăm și de seria de cărți de popularizare a matematicii a doamnei profesoare Florica T. Câmpan, care cu siguranță vor fi apreciate și de către elevii noștri. Astfel, printre cărțile donate se numără și "*Din istoria câtorva numere de seamă*", "*A treia carte cu probleme celebre din istoria matematicii*", "*Povestiri despre probleme celebre*". Având oarecum același stil, putem aminti cărțile "*Vraja geometriei demodate*" – Viorel Gh. Vodă, "*De la Thales la Einstein*" – Eugen Rusu sau "*Ce este matematica? Expunere elementară a ideilor și metodelor*" – R.Courant și H. Robbins. Însă poate una dintre cărțile cele mai importante este "*Mică enciclopedie matematică*" apărută la Editura Tehnică București în anul 1980.

Mulțumim domnule profesor pentru donație! Sperăm că viitoarele generații de elevi să citească aceste cărți.

Chestiuni metodice

Curriculum la decizia școlii - factor de motivație în studiul matematicii

*Prof. Asztalos Lia
C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău*

Având în vedere că societatea în care trăim azi este în continuă transformare atât pe plan politic, strategic, economic, informațional și educațional, necesitățile sociale și de pe piața muncii au impus o redimensionare a învățământului românesc care își propune prin politicile adoptate să devină parte integratoare din strategia națională care vizează calitatea în orice domeniu.

Progresul pe care îl înregistrează tehnologia și mijloacele de informare și comunicare în masă conduc la ceea ce se dorește pe plan educațional, și anume „învățarea în societatea cunoașterii”.

Este bine cunoscut că matematica s-a constituit și dezvoltat ca știință în pas cu evoluția societății umane, contribuind la realizarea progresului acesteia și la îmbunătățirea calității vieții.

Societatea în care trăim are nevoie de oameni care să gândească interdisciplinar, care să treacă cu ușurință de la un domeniu la altul și care să-și îndeplinească cu succes rolurile sociale pentru care sunt pregătiți, în acest sens elevul trebuie dotat cu instrumente care să-i permită reușita în activitate, care să-l facă responsabil și să-l motiveze în învățare.

În acest context considerăm că prezența curriculumului la decizia școlii în planurile de învățământ constituie o oportunitate, ar dezvolta la elevi capacitatea de transfer a noțiunilor, înțelegerea conținutului noțional relaționând informațiile între ele, ar dezvolta comunicarea, ar încuraja cooperarea, ar stimula munca în echipă dar și activitatea individuală prin învățarea prin documentare.

Curriculum-ul la decizia școlii este ansamblul proceselor educative și al experiențelor de învățare pe care fiecare școală le propune în mod direct elevilor săi în cadrul ofertei curriculare proprii. La nivelul planurilor de învățământ, CDS reprezintă numărul de ore alocate școlii pentru construirea propriului proiect curricular. Acesta acoperă diferența de ore dintre curriculum-ul nucleu și numărul minim sau maxim de ore pe săptămână, pentru fiecare disciplină școlară prevăzută în planurile-cadru de învățământ (deci atât pentru disciplinele obligatorii, cât și pentru

cele facultative), pe ani de studiu. În completarea unui curriculum nucleu, școala poate opta pentru una dintre următoarele variante de curriculum la decizia școlii:

- curriculum aprofundat
- curriculum extins
- curriculum elaborat în școală.

Curriculum-ul nucleu aprofundat - are la bază exclusiv trunchiul comun, respectiv elementele de conținut obligatorii. Diferența până la numărul maxim de ore prevăzute pentru o anumită disciplină se asigură prin reluarea și aprofundarea curriculum-ului nucleu, respectiv prin diversificarea experiențelor și activităților de învățare.

Curriculum-ul extins - are la bază întreaga programă școlară a disciplinei, atât elementele de conținut obligatorii, cât și cele facultative. Diferența până la numărul maxim de ore prevăzute pentru o anumită disciplină se asigură prin îmbogățirea ofertei de conținuturi prevăzute de curriculum-ul nucleu.

Curriculum-ul elaborat în școală - este acel tip de proiect pedagogic care conține, cu statut opțional, diverse discipline de studiu propuse de instituția de învățământ sau alese de aceasta din lista elaborată la nivel de minister.

Tipuri de activități opționale pe care le propune școala sau le alege din lista MECI:

- Opționalul la nivelul disciplinei (*);
- Opționalul la nivelul ariei curriculare (**);
- Opționalul la nivelul mai multor arii curriculare (***)

Opționalul la nivelul disciplinei (*) - constă într-un nou obiect de studiu, în afara aceluia prevăzute în trunchiul comun, acesta presupune elaborarea în școală a unei programe noi, diferite de programele disciplinelor de trunchi comun, rubrică nouă în catalog, noi competențe specifice corelate cu acelea ale programei de trunchi comun și/sau, după caz, ale celei de curriculum diferențiat, noi conținuturi corelate cu acelea ale programei de trunchi comun și/sau, după caz, ale celei de curriculum diferențiat.

Opționalul la nivelul ariei curriculare ()** - implică cel puțin două discipline dintr-o arie curriculară.

- Se realizează între disciplinele din aceeași arie curriculară.
- Pentru aceste opționale se redactează proiecte de programă cu teme și conținuturi care vor fi avizate în școala și aprobate de inspectorate.
- Acest tip de opțional se poate realiza și în echipă de către mai mulți profesori, care prezintă tema/cursul comun
- Programa va cuprinde obiective pe arie curriculară și obiective cadru a le disciplinei.

Opționalul la nivelul mai multor arii curriculare (*)** – poate fi realizat la nivelul disciplinelor din cel puțin două arii curriculare și are un caracter transdisciplinar sau interdisciplinar, prin intersectarea unor segmente de discipline aparținând mai multor arii.

- Programa va cuprinde obiective transdisciplinare și obiective cadru ale disciplinelor implicate.
- Temele conținuturilor programelor sunt la nivelul mai multor arii curriculare.

Fiecare profesor are oportunitatea de a participa în mod direct la elaborarea curriculum-ului, în funcție de condițiile concrete în care se va desfășura activitatea didactică. Așa cum am putut observa, disciplinele opționale se pot proiecta în viziune monodisciplinară, la nivelul unei arii curriculare sau la nivelul mai multor arii curriculare. Curriculum-ul elaborat în școală nu constituie obiectul evaluărilor și examinărilor externe, naționale. Cadrelor didactice care elaborează acest tip de curriculum îi revine sarcina de a proiecta, pe lângă obiectivele educaționale și conținuturile instructiv educative, competențele și performanțele așteptate de la elevi, precum și probele de evaluare corespunzătoare.

Fiecare ofertă de disciplină opțională va fi însoțită de precizări privind durata, astfel încât elevii să știe dinainte cât timp este afectat acestora. Disciplinele opționale pot fi realizate pe parcursul unui: semestru, an școlar, ciclul curricular și/sau pe parcursul unei trepte de școlaritate. Decizia privind durata unei discipline/curs /teme opționale aparține Consiliului de administrație al școlii.

Ca modalități de evaluare, vor fi menționate tipurile de probe care se potrivesc opționalului propus. Evaluarea trebuie să fie "corectă", dar "stimulativă", bazată pe interesul și participarea efectivă la realizarea activităților de învățare.

Pentru elaborarea programei de opțional este de preferat să se studieze și să se aibă în vedere schema de proiectare a programelor de trunchi comun la toate ariile curriculare. Componenta fundamentală a programei este cea referitoare la obiectivele de referință/competențe specifice și

conținuturi. În redactarea programei de opțional se vor parcurge următorii pași:

- Se scrie o schiță de proiect de programă, în care se stabilește: tipul de opțional, durata, temele/ conținuturile alese, aria curriculară/ ariile curriculare, ciclul curricular (în funcție de care se impune o metodologie specifică)
- Se formulează competențele specifice și finalitățile propuse.
- Se elaborează apoi o schiță de programă, care va cuprinde: nota de prezentare sau argumentul, competențe generale sau tipul opționalului.

La clasele liceale, competențele generale și specifice trebuie adaptate ciclului de aprofundare (clasele X -XI) și specializare (clasele XII - XIII). În stabilirea acestora și al conținuturilor specifice, proiectarea curriculară variază în funcție de tipul de opționalul propus.

Valorile și atitudinile au o importanță la fel de mare în reglarea procesului educativ ca și competențele, care acoperă dimensiunea cognitivă a personalității, dar se supun altor criterii de organizare - didactico-metodică și de evaluare. Ele apar în mod explicit sub forma unei liste separate în programa obiectului de studiu care acoperă întreg parcursul unui ciclu de învățământ și orientează dimensiunile axiologică și afectiv-atitudinală aferente formării personalității din perspectiva disciplinei. Aceasta lista cuprinde următoarele valori și atitudini :

- Dezvoltarea unei gândiri deschise și creative, dezvoltarea inițiativei, independenței în gândire și în acțiune pentru a avea disponibilitate de a aborda sarcini variate.
- Manifestarea tenacității, perseverenței, capacității de concentrare și a atenției distributive.
- Dezvoltarea spiritului de observație.
- Dezvoltarea simțului estetic și critic, a capacității de a aprecia rigoarea, ordinea și eleganța în arhitectura rezolvării unei probleme sau a construirii unei teorii.

Bibliografia trebuie să însoțească obligatoriu lista de conținuturi. Pe baza ei trebuie să fie realizată programa, temele (conținuturile) disciplinelor opționale. Din toată bibliografia studiată, se extrage o listă cu bibliografie minimală, care se va trece în programă. Nu trebuie să lipsească webgrafia, în care se vor trece site-urile vizitate și care au constituit sursă de inspirație.

Aplicarea planurilor-cadru în școli și transformarea acestora în scheme orare concrete, specifice, presupune o succesiune de operații manageriale care vizează interacțiunea și cooperarea între școli, elevi, părinți, autorități

locale, rezultatul acestui complex de acțiuni fiind curriculumul la decizia școlii. Conform legislației în vigoare fiecare școală elaborează în acest scop un proiect curricular al școlii, în care stabilește și filiera profilurilor și specializările pe care dorește să le ofere sau să le dezvolte.

Proiectul curricular al școlii se conturează treptat în urma consultărilor și dezbaterilor cu întregul personal didactic al școlii și fiind o problemă de specialitate este elaborat de Consiliu pentru Curriculum, care cuprinde șefii comisiilor metodice de specialitate și este un organism decizional coordonat de consiliul de administrație al școlii și de directorul unității având atribuții ulterioare în ceea ce se cheamă dezvoltare și diversificare curriculară la nivel de școală în anul următor.

Prin plaja orară și CDȘ se urmărește oferirea elevilor posibilitatea de a opta pentru un anumit domeniu de interes, corelarea resurselor școlii cu cerințele elevilor, flexibilizarea demersului didactic, mai buna adaptare a acestuia la cerințele sociale, la posibilitățile diferențiate pe clase ale elevilor, individualizarea școlilor, valorizarea fiecărui liceu și crearea personalității sale prin diversificarea ofertei educaționale.

Bibliografie:

1. *** “*Curriculum național pentru învățământ obligatoriu. Cadru de referință*”, București, Editura Corint, 1998
2. Crețu, C. “*Curriculum diferențiat și personalizat*”, Iași, Editura Polirom, 1998
3. Voinea. M. “*Gândirea critică și școala postmodernă*”, Brașov, Editura Universității Transilvania, 2010

Examene. Concursuri

1. Examenul de Bacalaureat - modele 2017, Matematică

*A. Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică – informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică –
informatică*

*Prof. Klára Alexuțan
C.T. “Alesandru Papiu Ilarian” Zalău*

Subiectul I (30 puncte)

1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 2 + 3i$ și $z_2 = 4 - 6i$.
Arătați că numărul $z_1 z_2 + 2z_1 + z_2$ este real.
2. Calculați $(f \circ g)(0)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2 + x + 1$.
3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația
 $\log_5(x^2 - 4) = \log_5(5x - 8)$.
4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor natural de două cifre, acesta să fie multiplu de 7.
5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = 3x - 2017$ și punctul $A(1, 0)$. Determinați ecuația paralelei duse prin A la dreapta d .
6. Arătați că $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \sin x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cos x = 0$, pentru orice număr real x .

Subiectul II (30 puncte)

1. Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & x \\ 0 & x & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
 - a) Calculați $\det(A(2))$.
 - b) Demonstrați că $\det(A(x) + B(x)) = \det(B(x))$, pentru orice număr real x .
 - c) Determinați numerele naturale n și p , știind că $A(n)B(p) = B(3)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + aX^2 + 8X + 3$, unde a este număr real.

- a) Determinați numărul real a , știind că $f(1) = 0$.
- b) Pentru $a = 6$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 5X + 3$.
- c) Demonstrați că, dacă $a \in (-4, 4)$, atunci polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

Subiectul III (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2018x + 2$.
 - a) Arătați că $f'(x) = 2018(x^{2017} + 1), x \in \mathbb{R}$.
 - b) Determinați numărul real a , știind că punctul $A(a, 2020)$ aparține tangentei la graficul funcției f care trece prin punctul de abscisă $x = 0$ situat pe graficul funcției f .
 - c) Demonstrați că ecuația $f(x) = 0$ are exact două soluții reale distincte.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n , se consideră numărul

$$I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 2x + 2} dx.$$
 - a) Calculați $\int_0^1 (x^2 + 2x + 2) dx$.
 - b) Demonstrați că $I_{n+1} + 2I_n + 2I_{n-1} = \frac{1}{n}$, pentru orice număr natural $n, n \geq 2$.
 - c) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n = \frac{1}{5}$.

Rezolvare:

Subiectul I

1. $z_1 z_2 + 2z_1 + z_2 = (2 + 3i)(4 - 6i) + 2(2 + 3i) + 4 - 6i = 8 - 12i + 12i - 18i^2 + 4 + 6i + 4 - 6i = 34 \in \mathbb{R}$.
2. $g(0) = 1$
 $(f \circ g)(0) = f(g(0)) = f(1) = 1$.
3. $x^2 - 4 = 5x - 8 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow$
 $x = 1$, care nu verifică ecuația, $x = 4$, care verifică ecuația
4. Sunt 90 de numere naturale cu două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile. Sunt 13 numere naturale de două cifre, multipli de 7, deci sunt 13 cazuri favorabile $\Rightarrow P = \frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}} = \frac{13}{90}$.
5. Dreapta paralelă cu d are panta egală cu 3 \Rightarrow ecuația dreptei paralelei duse prin A la dreapta d este $y = 3x - 3$

$$6. \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \sin x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x - x\right) = \cos \frac{\pi}{2} = 0, \text{ pentru orice număr real } x.$$

Subiectul II

1.

$$a) A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 4.$$

$$b) A(x) + B(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & x \\ 0 & 2x & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(x) + B(x)) =$$

$$\begin{vmatrix} x & 0 & x \\ 0 & 2x & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2x^2 - 4x^2 = -2x^2 = \det(B(x)), \text{ pentru orice număr real } x.$$

$$c) A(n)B(p) = \begin{pmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & p \\ 0 & p & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & np \\ 0 & np & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B(3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$A(n)B(p) = B(3) \Leftrightarrow np = 3$ și, cum n și p sunt numere naturale, obținem $n = 1, p = 3$ sau $n = 3, p = 1$.

2.

$$a) f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^3 + a \cdot 1^2 + 8 \cdot 1 + 3 = 0 \Rightarrow a = -12.$$

$$b) a = 6 \Rightarrow f = X^3 + 6X^2 + 8X + 3 \Rightarrow \text{câtul este } X+1 \text{ restul este } 0.$$

$$c) x_1 + x_2 + x_3 = -a, \quad x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 8 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = a^2 - 16$$

Pentru $a \in (-4, 4)$, obținem $a^2 - 16 < 0$, deci $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 0$, adică polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

Subiectul III

1.

$$a) f'(x) = 2018x^{2017} + 2018 = 2018(x^{2017} + 1), x \in \mathbb{R}.$$

$$b) \text{Ecuția tangentei este } y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Rightarrow y = 2018x + 2020 = 2018a + 2 \Leftrightarrow a = 1$$

$$c) f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Dar $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty, f(-1) = -2015 \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \Rightarrow$ ecuația $f(x) = 0$ are exact două soluții reale distincte.

2.

a) $\int_0^1 (x^2 + 2x + 2) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 2 \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} + 1 + 2 = \frac{10}{3}$.

b) $I_{n+1} + 2I_n + 2I_{n-1} = \int_0^1 \frac{x^{n+1} + 2x^n + 2x^{n-1}}{x^2 + 2x + 2} dx = \int_0^1 \frac{x^{n-1}(x^2 + 2x + 2)}{x^2 + 2x + 2} dx = \int_0^1 x^{n-1} dx = \frac{x^n}{n} \Big|_0^1 = \frac{1}{n}$, pentru orice număr natural $n, n \geq 2$.

c) $I_{n+1} - I_n = \int_0^1 \frac{x^n(x-1)}{x^2 + 2x + 2} dx \leq 0$, deci $\Rightarrow I_{n+1} \leq I_n$, pentru orice număr natural nenul n

$$5I_{n+1} \leq I_{n+1} + 2I_n + 2I_{n-1} \leq 5I_{n-1} \Rightarrow 5I_{n+1} \leq \frac{1}{n} \leq 5I_{n-1}, \text{ pentru orice număr natural } n, n \geq 2$$

Pentru orice număr natural $n, n \geq 2$, $\frac{n}{5(n+1)} \leq nI_n \leq \frac{n}{5(n-1)}$, deci

$$\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n = \frac{1}{5}$$

B. Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale, profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

Prof. Manuela Sabou

C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău

Subiectul I (30 puncte)

1. Arătați că $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6} = 1$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy .

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x^2 + 5) = \lg 9$.

4. După o ieftinire cu 10%, prețul unui obiect este 270 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(3,5)$. Calculați distanța de la punctul $O(0,0)$ la mijlocul segmentului AB .

6. Dacă $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ și $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, arătați că $\tan x = 1$.

Subiectul II (30 puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calculați $\det A$.

b) Arătați că $9(A + B) - (A \cdot B + B \cdot A) = 45I_2$.

- c) Determinați numerele reale x , pentru care $\det(A + xI_2) = 0$
2. Se consideră polinomul $f = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$.
- a) Arătați că $f(2) = -8$.
- b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $x - 1$.
- c) Demonstrați că $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 + 1)^2 = 30$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

Subiectul III (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$.
- a) Arătați că $f'(x) = 6(x - 1)(x - 2), x \in \mathbb{R}$.
- b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - f(x)}{f'(x)}$.
- c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x$.
- a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) + 2x) dx = \frac{2}{3}$.
- b) Calculați $\int_0^1 e^x (x^2 - f(x)) dx$.
- c) Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa O_x și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$ are aria egală cu $\frac{2}{3}$.

Rezolvare:

Subiectul I

1. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) \cdot \frac{6}{5} = 1 \Leftrightarrow \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = 1 \Leftrightarrow 1 = 1$ (adevărată)
2. $f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 0 + 3 = 3$
 $A(0,3)$ punctul de intersecție a graficului funcției cu Oy .
3. Condiție de existență a $\lg: x^2 + 5 > 0$, adevărată pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
 $\lg(x^2 + 5) = \lg 9 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x_1 = -2$ și $x_2 = 2$
4. Notăm prețul inițial cu x ; conform regulii de trei simplă avem:

100% - 10% = 90% - procentul după ieftinire

$$\left. \begin{array}{l} x \dots \dots 100\% \\ 270 \dots \dots 90\% \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{270 \cdot 100\%}{90\%} = 300$$

5. Fie M - mijlocul segmentului AB

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3; y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \Rightarrow M(3,3)$$

$$|OM| = \sqrt{(x_M - x_0)^2 + (y_M - y_0)^2} = \sqrt{(3 - 0)^2 + (3 - 0)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |OM| = 3\sqrt{2}$$

$$6. \left. \begin{array}{l} x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1.$$

Subiectul II

1.

$$a) \det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 1 \cdot 8 - 4 \cdot 2 = 8 - 8 = 0$$

$$b) 9(A+B) - (A \cdot B + B \cdot A) =$$

$$= 9 \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right) - \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \right)$$

$$= 9 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} - \left(\begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 48 & 24 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 24 & 48 \\ 6 & 12 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 81 & 54 \\ 54 & 81 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 36 & 54 \\ 54 & 36 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 45 \end{pmatrix} = 45 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 45 \cdot I_2$$

$$c) \det(A + x \cdot I_2) = \begin{vmatrix} 1+x & 2 \\ 4 & 8+x \end{vmatrix} = (1+x)(8+x) - 4 \cdot 2 =$$

$$= 8 + x^2 + 9x - 8 = x^2 + 9$$

$$x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x_1 = 0; x_2 = -9$$

2.

$$a) f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 8 - 12 - 12 + 8 = -4 - 4 = -8$$

b) aplicând schema lui Horner avem

$$\begin{array}{r|rrrr} & x^3 & x^2 & x & x^0 \\ 1 & 1 & -3 & -6 & 8 \\ & 1 & -2 & -8 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{catul: } k = 1 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 8 \cdot x^0$$

$$= x^2 - 2x - 8$$

$$\text{restul: } r = 0$$

$$c) (x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 + 1)^2 = 30 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 +$$

$$+ 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + 3 = 30 \Leftrightarrow$$

$$(x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 +$$

$$3 = 30 \Leftrightarrow (x_1 + x_2 + x_3)^2 + 3 = 30$$

$$S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-(-3)}{1} = 3$$

Conform relațiilor lui Viète

$$\Leftrightarrow 3^3 + 3 = 30 \Leftrightarrow 27 + 3 = 30 \Leftrightarrow 30 = 30 \text{ adevărată}$$

Subiectul III

$$1. a) f'(x) = (2x^3 - 9x^2 + 12x + 1)' = (2x^3)' - (9x^2)' + (12x)' + 1' = 2 \cdot (x^3)' - 9 \cdot (x^2)' + 12 \cdot x' + 1' = 6x^2 - 18x + 12 = 6x(x-2) - 6(x-2) = (6x-6)(x-2) = 6(x-1)(x-2)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - f(x)}{f'(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x^3 + 9x^2 - 12x - 1}{6(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2 - 12x - 1}{6x^2 - 18x + 12} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(9 - \frac{12}{x} - \frac{1}{x^2})}{x^2(6 - \frac{18}{x} + \frac{12}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 - \frac{12}{x} - \frac{1}{x^2}}{6 - \frac{18}{x} + \frac{12}{x^2}} = \frac{9-0-0}{6-0+0} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

c) ecuația tangentei este

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$\text{unde } x_0 = 1$$

$$y_0 = f(x_0) = f(1) = 2 - 9 + 12 + 1 = 6 \} \Rightarrow$$

$$m = f'(x_0) = 6(1-1)(1-2) = 0$$

ecuația tangentei: $y - 6 = 0(x - 1)$, adică $y - 6 = 0$

2.

$$a) \int_{-1}^1 (f(x) + 2x) dx = \int_{-1}^1 (x^2 - 2x + 2x) dx = \int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$b) \int_0^1 e^x(x^2 - f(x)) dx = \int_0^1 e^x(x^2 - x^2 + 2x) dx = \int_0^1 e^x \cdot 2x dx = 2 \int_0^1 e^x x dx = 2(e^x \cdot x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x x dx) = 2(e^x \cdot x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx) = 2e^x \cdot x \Big|_0^1 - 2e^x \Big|_0^1 = 2(e^1 \cdot 1 - e^0 \cdot 0) - 2(e^1 - e^0) = 2e - 2e + 2 = 2$$

c) semnul lui f

x	0	1	2
	+++	0 ----	----- 0+++

Din tabel $\Rightarrow f(x) \leq 0, \forall x \in (0,1)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= - \int_0^1 f(x) dx = - \int_0^1 (x^2 - 2x) dx = \\ &= - \int_0^1 x^2 dx + 2 \int_0^1 x dx = - \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + 2 \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 \\ &= - \frac{1}{3} + \frac{0}{3} + 1 - 0 = - \frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

3.Examenul de Bacalaureat național 2017, Informatică, limbajul Pascal - Model

Filiera teoretică, profilul real, specializările: matematică-informatică, matematică – informatică intensiv informatică.

Prof. Deac Paula - Cristina
C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău

Subiectul I (30 de puncte)

Pentru itemul 1, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Valoarea expresiei Pascal alăturate este: $5+7 \text{ div } 2$

a. 6 b. 8 c. 8.5 d. 9 (4p.)

2. Algoritmul alăturat este reprezentat în pseudocod.

S-a notat cu $a\%b$ restul împărțirii numărului natural a la numărul natural nenul b și cu $[a]$ partea întregă a numărului real a .

citeste p, q (numere naturale nenule, $p \leq q$)

$x \leftarrow p$

cat timp $x \leq q$ execută

$y \leftarrow x$

$c \leftarrow y \% 10$

 cat timp $y \neq 0$ si $y \% 10 = c$ execută

$y \leftarrow [y/10]$

 ■

 dacă $y=0$ atunci scrie $x, ' '$

 ■

$x \leftarrow x+1$

■

a) Scrieți valorile afișate dacă se citesc, în această ordine, numerele 65 și 80. (6p.)

b) Dacă pentru variabila p se citește numărul 1234, scrieți cel mai mare număr de patru cifre care poate fi citit pentru variabila q astfel încât, în urma executării algoritmului, să se afișeze 5 numere. (4p.)

c) Scrieți în pseudocod un algoritm, echivalent cu cel dat, în care să se înlocuiască structura cat timp ... execută cu o structură de tip pentru...execută. (6p.)

d) Scrieți programul Pascal corespunzător algoritmului dat. (10 p.)

Subiectul al II-lea (30 de puncte)

Pentru fiecare dintre itemii 1 și 2 scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Se consideră arborele cu 8 noduri, numerotate de la 1 la 8, reprezentat prin vectorul de „tați”: (3, 0, 2, 2, 4, 4, 2, 4). Un nod care este „frate” al nodului 4 este: (4p.)

- a. 1 b. 2 c. 7 d. 8

2. Se consideră un graf orientat cu 15 arce și fără circuite. Numărul minim de vârfuri ale grafului este: (4p.)

- a. 6 b. 7 c. 14 d. 15

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

3. Variabilele f și fd , declarate alăturat, memorează în câmpurile x și y numărătorul, respectiv numitorul câte unei fracții. Scrieți o secvență de instrucțiuni care să memoreze în variabila fd fracția obținută prin scăderea fracției $1/2017$ din fracția memorată în variabila f . (6p.)

```
type      fracție = record
                                x:integer;
                                y:integer
end;
```

var f, fd :fracție;

4. Reprezentați grafic și prin matrice de adiacență un graf conex neorientat cu 5 noduri, numerotate de la 1 la 5, dintre care 3 noduri au gradul 1. (6p.)

5. Un text are cel mult 100 de caractere, iar cuvintele sale sunt formate doar din litere mici ale alfabetului englez și sunt separate prin câte un spațiu.

Scrieți un program Pascal care citește de la tastatură un text de tipul precizat mai sus și îl transformă în memorie prin înlocuirea fiecărui cuvânt format din număr par de litere cu simbolul #. Programul afișează pe ecran textul obținut sau mesajul nu există dacă textul citit nu conține astfel de cuvinte. Exemplu: pentru textul

anii de liceu sunt foarte frumoși

se afișează

liceu # # frumoși (10p.)

Subiectul al III-lea (30 de puncte)

Pentru itemul 1, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Utilizând metoda backtracking se generează toate submulțimile cu cel mult patru instrumente muzicale din mulțimea {clarinet, corn, flaut, oboi, saxofon}. Primele șase soluții generate sunt, în această ordine: {clarinet},

{clarinet, corn}, {clarinet, corn, flaut}, {clarinet, corn, flaut, oboi}, {clarinet, corn, flaut, saxofon}, {clarinet, corn, oboi}. Cea de a opta soluție este:

a. {corn} b. {clarinet, flaut}

c. {clarinet, corn, saxofon} d. {clarinet, corn, oboi, saxofon}

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

2. Subprogramul f este definit alăturat. Scrieți ce se afișează în urma apelului de mai jos: $f(12)$; (6p.)

procedure f (n :integer);

var i :integer;

begin

for $i:=2$ to $n \text{ div } 2$ do

if $n \bmod i=0$ then begin write(i, ' ');
f ($n \text{ div } i$);

end;

end;

3. Subprogramul nrDiv are doi parametri, a și b ($a \leq b$), prin care primește câte un număr natural din intervalul $[1, 10^9]$. Subprogramul returnează numărul valorilor din intervalul $[a, b]$ care pot fi scrise ca produs de două numere naturale consecutive. Scrieți definiția completă a subprogramului.

Exemplu: dacă $a=10$ și $b=40$, subprogramul returnează 3 (valorile cu proprietatea cerută sunt 12, 20 și 30). (10p.)

4. Se consideră șirul definit alăturat (unde n și x sunt numere naturale nenule, iar x este impar). De exemplu, pentru $x=21$ șirul este:

21, 22, 43, 44, 87, 88, 175, 176

$$f_n = \begin{cases} x, & \text{dacă } n = 1 \\ 1 + f_{n-1}, & \text{dacă } n \text{ par} \\ 1 + 2 \cdot f_{n-2}, & \text{altfel} \end{cases}$$

Se citesc de la tastatură două numere naturale din intervalul $[1, 109]$, x și y , cu cel mult nouă cifre, unde x are semnificația precizată mai sus, iar y este un termen al șirului dat, și se cere să se scrie în fișierul text *bac.txt*, în ordine strict descrescătoare, separați prin câte un spațiu, toți termenii șirului care sunt mai mici sau egali cu y . Pentru determinarea termenilor ceruți se utilizează un algoritm eficient din punctul de vedere al memoriei și al timpului de executare. Exemplu: dacă $x=21$, iar $y=175$, fișierul *bac.txt* conține numerele 175 88 87 44 43 22 21.

a) Descrieți în limbaj natural algoritmul utilizat, justificând eficiența acestuia. (2p.)

b) Scrieți programul Pascal corespunzător algoritmului descris. (8p.)

Rezolvare:

Subiectul I

1. b) 8

$$5+7 \text{ div } 2 = 5 + 3 = 8$$

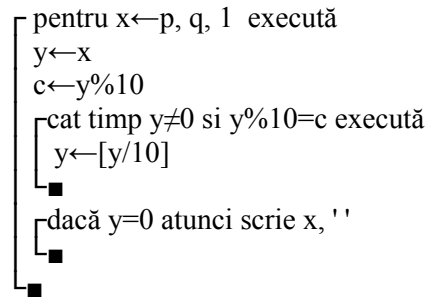
2. a) 66 77

Se afișează numerele care au toate cifrele egale din intervalul $[p,q]$.

b) 7776

Pentru $p=1234$ și $q=7776$, se vor afișa numerele 2222, 3333, 4444, 5555, 6666.

c) citește p,q (numere naturale nenule, $p \leq q$)



d) program s1;

var x, p, q, y : word;

begin

write('p='); readln(p);

write('q='); readln(q);

$x := p$;

while $x \leq q$ do

begin

$y := x$; $c := y \% 10$;

while $(y <> 0)$ and $(y \% 10 = c)$ do

$y := y / 10$;

if $y = 0$ then write($x, ' '$);

$x := x + 1$;

end;

end;

Subiectul al II-lea

1. c

3, 4, 7 sunt frați, deoarece au același tată, pe 2.

2. a

3. $fd.x := f.x * 2017 - f.y;$
 $fd.y := 2017 * f.y;$

4.

0 1 0 0 0	
1 0 1 0 1	
0 1 0 0 0	
0 0 0 0 1	
0 1 0 1 0	

5. program s2p5;
var cuv, s, t: string[100];
n, p, nr: word;
begin
 readln(s);
 s:=s+' ';
 t:= ' ';
 nr:=0;
 while s<>' ' do
 begin
 p:=pos(' ',s);
 cuv:=copy(s,1,p-1);
 delete(s,1,p);
 if length(cuv) mod 2 = 0 then
 begin t:=t+'# ' ;
 nr:=1;
 end
 else t:=t+cuv+' ' ;
 end;
 s:=t;
 if nr=0 then writeln('nu exista')
 else writeln(s);
 readln;
end.

Subiectul al III-lea

1. c {clarinet, corn, saxofon}

2. 2 2 3 3 2 4 6

2	f(6)				3	f(4)			4	f(3)	6	f(2)
2	2	f(3)	3	f(2)	3	2	f(2)	4	-	6	-	
2	2	-	3	-	3	2	-	4	-	6	-	

3. function nrDiv(a, b:integer):integer;

var x, i: integer;

begin

 x:=a;

 while (x<=b) do

 begin

 i:=trunc(sqrt(x));

 if i*(i+1)=x then nr:=nr+1;

 x:=x+1;

 end;

 nrDiv:=nr;

end;

4.a) Programul este eficient din punct de vedere al utilizării memoriei, deoarece nu s-au folosit structuri de date unidimensionale sau bidimensionale, iar eficiența timpului de executare este justificată prin deschiderea fișierului o singură dată, prin lipsa algoritmilor de sortare și prin nefolosirea excesivă a structurilor repetitive. Numerele nu sunt generate recursiv, ci folosind operații matematice simple. Algoritmul se bazează pe generarea numerelor cuprinse între y și x , care fac parte din șirul propus. Numerele generate și afișate se vor memora pe rând în variabila y .

b) program s3p4;

var x, y:longint; f:text;

begin

 readln(x, y); assign(f,'bac.txt'); rewrite(f);

 write(f, y, ' ');

 while y>x do

 if y mod 2<>0 then begin

 y:=(y+1) div 2;

 write(f, y, ' ');

 end

 else begin

 y:=y-1;

 write(f, y, ' ');

 end;

 close(f);

 readln;

end.

Între jocuri și matematică

prof. Klára Alexușan
C.T. "Alesandru Papiu-Ilarian" Zalău

1. Evadatul

X a evadat imediat după apelul de dimineată. Peste o jumătate de oră fuga lui a fost descoperită. Pe urmele sale au pornit imediat doi gardieni și un câine. X, stânjenit de lanțurile pe care le purta la mâini, se deplasa cu o viteză de numai două treimi din aceea a gardienilor, iar câinele alerga de două ori mai iute decât gardienii. Câinele era astfel dresat încât, urmărindu-l pe evadat, le arăta permanent gardienilor drumul, într-un continuu du-te-vino între X și aceștia, până când l-au ajuns. Dacă viteza câinelui era de 12 km/h, la ce depărtare de locul detenției a fost prins evadatul? Ce distanță a străbătut câinele?



2. Vârsta soției

Într-un moment de destindere, Albert Einstein a fost întrebat ce vârstă are soția sa. Drept răspuns, el notează rapid, pe o hârtie, următoarele: La 1 iulie 1927 soția mea

$$\text{care } \begin{cases} s - a \text{ născut} \\ s - a \text{ măritat} \\ a \text{ născut} \end{cases} \text{ la } 15 \text{ iunie } \begin{cases} 1888 \text{ a avut} \\ 1894 \text{ ar fi avut} \\ 1899 \text{ va avea} \end{cases}$$



$$\begin{cases} 25 \text{ de ani, săptămâna trecută.} \\ 27 \text{ de ani luna trecută.} \\ 29 \text{ de ani anul trecut.} \end{cases}$$

Elimină datele suplimentare și vei găsi răspunsul.

3. Cifrele 9

Exprimă numărul 100 folosind șase cifre de 9.

4. Numărul magic 4

Exprimă numerele de la 0 la 10, folosind numai combinații ale cifrei 4. Sunt permise operațiunile aritmetice de bază (adunarea, scăderea, înmulțirea și împărțirea) și gruparea în paranteze.

5. Expresia corectă

Deplasează o cifră într-o poziție nouă, astfel încât expresia numerică de mai jos să fie corectă. (Nu este permisă deplasarea semnelor.)

$$62 - 63 = 1$$

6. Propoziția adevărată

Care dintre cele trei propoziții de mai jos este adevărată:

- 1) O propoziție de aici este falsă.
- 2) Două propoziții de aici sunt false.
- 3) Trei propoziții de aici sunt false.

Bibliografie

1. **Moscovich, Ivan**, *Marea carte a jocurilor minții*, Volumul I, Editura Litera, București, 2009
2. **Popescu, Titus**, *Matematica de vacanță*, Editura Sport-Turism, București, 1986

Lecția de informatică Despre numere (7)

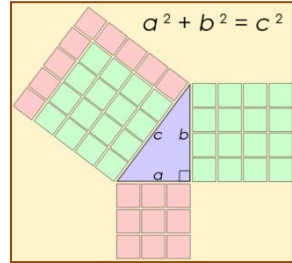
*Prof. Paula – Cristina Deac
C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău*

Numere pitagoreice

Dacă numerele x, y, z satisfac ecuația lui Pitagora ($x^2+y^2=z^2$), spunem că ele se numesc numere pitagoreice sau că ele formează un triunghi pitagoreic.

O soluție a ecuației lui Pitagora se numește soluție primitivă dacă x, y, z sunt numere naturale și relativ prime între ele.

În tabelul de mai jos, sunt prezentate o mică parte din tripletele pitagoreice primitive:



(3,4,5)	(5,12,13)	(7,24,25)	(8,15,17)	(9,40,41)
(11,60,61)	(12,35,37)	(13,84,85)	(15,112,113)	(16,63,65)
(17,144,145)	(19,180,181)	(20,21,29)	(20,99,101)	(21,220,221)
(23,264,265)	(24,143,145)	(25,312,313)	(27,364,365)	(28,45,53)
(28,195,197)	(29,420,421)	(31,480,481)	(32,255,257)	(33,56,65)

Proprietăți matematice ale numerelor pitagoreice:

- 1) Șirul tripletelor pitagoreice este infinit.
- 2) Un triplet pitagoreic este format fie din 3 numere pare, fie din două numere impare și un număr par.
- 3) Oricare ar fi două numere naturale m și n ($m < n$), numerele de forma: $a = n^2 - m^2$, $b = 2nm$, $c = n^2 + m^2$ formează un triplet pitagoreic.
- 4) Dacă x, y, z sunt numere pitagoreice, atunci $60 \mid xyz$.
- 5) Dacă x, y, z sunt numere pitagoreice, atunci z și orice putere a sa este sumă a două pătrate diferite.
- 6) Nu există triplete pitagoreice cu x, y, z numere prime.
- 7) Dacă x, y, z sunt numere pitagoreice, atunci $x+y+z \mid xy$.

Problemă rezolvată

Se citește de la tastatură un număr natural n . Să se verifice dacă este număr pitagoreic și să se afișeze un mesaj corespunzător.

Implementare în C++:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
using namespace std;
int main( )
{
    int n, a=0, i, b=0;
    cout<<"n="; cin>>n;
    for (i=1; i<=n; i++)
    {
        a=i*i;
        b=n*n - a;
        if (sqrt(b)= =int(sqrt(b))) cout<<sqrt(a)<<" " "<<sqrt(b)<<endl;
    }
    return 0;
}
```

Probleme propuse

1. Să se verifice dacă 3 numere naturale a , b , c pot forma un triplet pitagoreic.
2. Să se genereze toate numerele pitagoreice mai mici sau egale decât un număr natural n , citit de la tastatură.

Bibliografie

1. Clara Ionescu, Adrian Negreanu Maior, Adina Bălan – *Informatică pentru grupele de performanță*, Editura Dacia Educațional, Cluj – Napoca, 2004.
2. Waclaw Sierpinski – *Elementary Theory of Numbers*, Warszawa, 1964.
3. Stanciu Ileana, Emil, Ioan - *Asupra unei teoreme de teoria numerelor*, a XIV-a Conferinta Anuala a SSMR, Alba-Iulia, 2010
4. P. Radovici - Marculescu – *Probleme de teoria elementară a numerelor*, Editura Tehnică, Seria "Culegeri de probleme de matematică și fizică", București, 1986.

Interdisciplinaritate

De la Matematică la Informatică (I)

Prof. Gavriș Loredana
C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău

1. Interdisciplinaritatea este oare o necesitate?

Interdisciplinaritatea probabil este premisa care ne va permite revitalizarea studiului matematicii, extrem de teoreticizat în prezent, în special la nivelul aplicațiilor. Ca și profesori auzim adesea de la elevi, că matematica predată în liceu este abstractă și în practică nu folosește la nimic. Dacă îi îndrumăm spre istoria matematicii, vor descoperi că este știința care a făcut posibilă apariția tehnologiei folosită de ei aproape în fiecare minut, dar cum?

În studiul matematicii, elevii sunt nevoiți să țină piept unei multitudini de noțiuni noi, încât ajung să nu mai vadă dincolo de cifre, litere, simboluri. Ei devin atrași doar atunci când văd că pot aplica ceea ce învață, în viața de zi cu zi.

În natură totul coexistă, în consecință și printre obiectivele urmărite în formarea și îndrumarea elevilor trebuie să se regăsească realizarea conexiunilor dintre noțiunile abstracte, studiate la diferite discipline și viața reală. Astfel, modelarea problemelor matematice prin intermediul celorlalte discipline ne va permite să dăm viață reprezentărilor abstracte și implicit vom facilita înțelegerea utilității practice în rândul elevilor.

Problemele reale actuale, nu mai sunt cele pe care le rezolvăm doar cu hârtia și creionul în mod tradițional, ci se impune și utilizarea tehnologiei pentru a realiza modelarea fenomenului. Astfel, apare necesitatea înțelegerii fenomenului, transpunerea lui într-un model matematic care să permită modelarea unui algoritm, ce apoi să fie transpus într-un limbaj înțeles de calculator.

Concluzia ar fi că noțiunile studiate la diverse discipline le vor putea corela și elevii, dacă vor fi formați în acest sens.

2. De la Matematică la Informatică

a) Teorema împărțirii cu rest/scrierea în cod binar a numelui

Cea mai relevantă conexiune dintre matematică și informatică este scrierea în baza 2, care a permis crearea limbajului mașină. După cum studiază elevii la orele de TIC, calculatorul înțelege doar limbajul mașină, adică toate informațiile introduse într-un calculator sunt transformate în coduri formate din cifrele 1 și 0 (cod binar). Acest cod binar provine tocmai din posibilitatea scrierii în baza 2 a oricărui număr zecimal.

Pornind de la cele de mai sus putem să realizăm aplicații concrete pentru noțiuni matematice studiate în clasa a V-a și apoi, la cei care studiază informatica, propunerea modelării fenomenului din aplicație.

Concret în clasa a V-a se studiază teorema împărțirii cu rest, prilej cu care se poate exersa utilizarea teoremei prin scrierea numerelor într-o altă bază de numerație, iar pentru început aceasta poate fi baza 2.

Aplicația matematică:

Să se scrie numerele 65 și 111 în baza 2.

Soluție:

$65 \div 2 = 32 \text{ rest } 1$	$111 \div 2 = 55 \text{ rest } 1$
$32 \div 2 = 16 \text{ rest } 0$	$55 \div 2 = 27 \text{ rest } 1$
$16 \div 2 = 8 \text{ rest } 0$	$27 \div 2 = 13 \text{ rest } 1$
$8 \div 2 = 4 \text{ rest } 0$	$13 \div 2 = 6 \text{ rest } 1$
$4 \div 2 = 2 \text{ rest } 0$	$6 \div 2 = 3 \text{ rest } 0$
$2 \div 2 = 1 \text{ rest } 0$	$3 \div 2 = 1 \text{ rest } 1$
$65_{(10)} = 100001_{(2)}$	$111_{(10)} = 1101111_{(2)}$

Aplicația practică: (Haideți să scriem codificat!)

Știind că literele mici/mari din alfabet au asociat un număr pe care îl găsiți în tabelul cu coduri ASCII, fiecare elev să își scrie numele folosind cifrele 1 și 0. Procedați astfel:

- Identificați litera în tabel, luați numărul zecimal asociat și-l transformați în baza 2.
- Stabiliți codul binar al literei, punând un 0, în fața scrierii în baza 2
- Procedați la fel pentru toate literele care formează numele și apoi scrieți numele folosind codurile stabilite.

Notă: Atenție! Literele mari au coduri diferite față de literele mici!

Soluție: ex. Pop Maria

Litera	Cod ASCII	Cod binar
P	80	01010000
o	111	01101111
p	112	01110000
M	77	01001101
a	97	01100001
r	114	01110010
i	105	01101001
a	97	01100001
Pop	01010000 01101111 01110000	
Maria	01110000 01100001 01110010 01101001 01100001	

Aplicația informatică:

Să se scrie un program care să permită transformarea unui text de maxim 20 de caractere într-un șir de 0 și 1.

Exemplu: Date de intrare: Pop Maria

Date de ieșire: 01010000 01101111 01110000 01110000 01100001
01110010 01101001 01100001

Program C++:

```
#include <string>
#include <bitset>
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    string s;
    getline(cin,s);
    for (int i = 0; i < s.size(); ++i)
        cout << bitset<8>(s[i]) << ' ';
}
```

b) Divizibilitate, mulțimi/design exterior

Aplicație matematică: Fie mulțimea $M = \{1, 2, 3, 4, \dots, 28, 29, 30\}$. Să se determine elementele submulțimilor A, B, C, D și cardinalul fiecăreia știind că:

- A conține toate numerele din mulțimea M care sunt divizibile cu 2, dar care nu sunt divizibile cu 3.
- B conține toate numerele din mulțimea M care sunt divizibile cu 3, dar nu sunt divizibile cu 2.

- C conține toate numerele din mulțimea M care sunt divizibile simultan cu 2 și cu 3.
- D conține toate numerele din mulțimea M care nu sunt în niciuna din submulțimile A, B, C.

Soluție:

$A = \{2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 22, 26, 28\}$, card $A = 10$

$B = \{3, 9, 15, 21, 27\}$, card $B = 5$

$C = \{6, 12, 18, 24, 30\}$, card $C = 5$

$D = \{1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29\}$, card $D = 10$

Aplicație practică: (Design exterior)

Tudor vopsește un gard alcătuit din 30 de scânduri (numerotate de la 1 la 30). El ia o cutie cu vopsea roșie și vopsește scândurile din 2 în 2. După ce termină ia o cutie cu vopsea albastră și o ia de la capăt, vopsind scândurile din 3 în 3. La final, Tudor a obținut un gard cu scânduri vopsite roșu, albastru, violet (suprapunerea dintre roșu și albastru) și nevopsite.

- Care scânduri vor fi vopsite roșu, care albastru, care violet și care rămân nevopsite?
- Câte scânduri sunt vopsite cu fiecare culoare și câte sunt nevopsite?

Soluție:

a) scândurile vopsite cu *roșu* vor fi cele numerotate cu: 2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 22, 26, 28

scândurile vopsite cu *albastru* vor fi cele numerotate cu: 3, 9, 15, 21, 27

scândurile vopsite cu *violet* vor fi cele numerotate cu: 6, 12, 18, 24, 30

scândurile nevopsite vor fi cele numerotate cu: 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29

b) scândurile vopsite cu *roșu* = 10

scândurile vopsite cu *albastru* = 5

scândurile vopsite cu *violet* = 5

scândurile nevopsite = 10

Aplicație informatică:

Tudor vopsește un gard alcătuit din n scânduri (numerotate de la 1 la n). El ia o cutie cu vopsea roșie și vopsește scândurile din r în r . După ce termină, ia o cutie cu vopsea albastră și o ia de la capăt vopsind scândurile din a în a . La final Tudor a obținut un gard cu scânduri vopsite roșu, albastru, violet (suprapunerea dintre roșu și albastru) și nevopsite. Cunoscând n , r și a afișați:

- a) Care scânduri vor fi vopsite roșu, care albastru, care violet și care rămân nevopsite?
- b) Câte scânduri sunt vopsite cu fiecare culoare și câte sunt nevopsite?
- Notă: Afășarea să fie realizată conform exemplului.

Exemplu:

Date de intrare: $n=30, r=2, a=3$

Date de ieșire: 2 4 8 10 14 16 20 22 26 28

3 9 15 21 27

6 12 18 24 30

1 5 7 11 13 17 19 23 25 29

roșii=10

albastre=5

violet=5

nevopsite=10

Soluție C++:

```
#include <iostream>
```

```
using namespace std;
```

```
unsigned n, r, a, i, sr, să, sv, sn;
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    cout<<"Introduceți câte scânduri are gardul:";
```

```
    cin>>n;
```

```
    cout<<"Introduceți din câte în câte se vopsesc scândurile roșii:";
```

```
    cin>>r;
```

```
    cout<<"Introduceți din câte în câte se vopsesc scândurile albastre:";
```

```
    cin>>a;
```

```
    sr=0; sa=0; sv=0; sn=0;
```

```
    for (i=1; i<=n; i++)
```

```
        if (i%r==0 && i%a!=0)
```

```
            {cout<<i<<" ";
```

```
              sr=sr+1;}
```

```
    cout<<endl;
```

```
    for (i=1; i<=n; i++)
```

```
        if (i%r!=0 && i%a==0)
```

```
            {cout<<i<<" ";
```

```
              sa=sr+1;}
```

```
    cout<<endl;
```

```
    for (i=1; i<=n; i++)
```

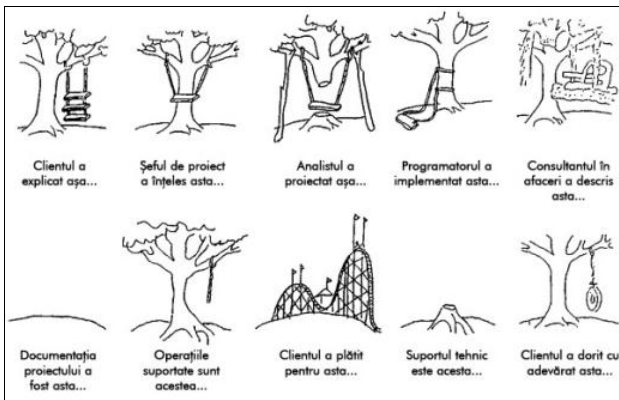
```
        if (i%r==0 && i%a==0)
```

```

        {cout<<i<<" ";
          sv=sv+1;}
    cout<<endl;
    for (i=1; i<=n; i++)
        if (i%r!=0 && i%a!=0)
            {cout<<i<<" ";
              sn=sn+1;}
    cout<<endl;
    cout<<"roșii="<<sr<<endl<<"albastre="<<sa<<endl;
    cout<<"violet="<<sv<<endl<<"nevopsite="<<sn<<endl;
    return 0;
}

```

Scopul articolului este de a da exemple de bună practică în care sunt îmbinate noțiuni din mai multe discipline, în exemple din viața de zi cu zi. Vom continua în numerele următoare ale revistei cu aplicații din ce în ce mai complexe, trecând încet de la programa de matematică studiată în gimnaziu la cea studiată în liceu. Conexiunile vor fi mai diversificate și vom face apel la noțiuni din diverse discipline realizând și legăturile practice.



Despre cadranul solar din curtea Colegiului Tehnic ”Alesandru Papiu Ilarian”

Prof. Matyas Mirel
C.T. “Alesandru Papiu Ilarian” Zalău

De curând, la Colegiul Tehnic ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău a fost amplasat un cadran solar orizontal, realizat dintr-un bloc de piatră ce cântărește aproximativ 2,5 tone. Este primul cadran solar dintr-o școală sălăjeană, în județ mai există un singur cadran amplasat pe o instituție publică – este vorba despre Biserica Reformată din Nușfalău. Cadranul de la Zalău a reușit să trezească interesul atât al elevilor și profesorilor școlii, dar și al mass-mediei locale și chiar naționale. Stau măturie articolele apărute în ziarele locale *Magazin Sălăjean*, *Sălăjeanul*, *Sălajul Pur și Simplu* dar și pe site-urile *Agenției Naționale de Presă Agerpres* sau pe cel al postului public de radio – *Radio România Actualități*. Ca să nu mai vorbim de faptul că știrea despre cadranul de la Zalău a depășit granițele județului prin materiale de presă apărute în *Adevărul*, *Monitorul de Cluj*, *Infomm.ro* și respectiv *Radio România Internațional*. În toate aceste materiale de presă s-a vorbit, dincolo de cadranul solar și despre școala noastră.

Ce este un cadran solar?

Cadranele solare, denumite și ceasuri solare întrucât rolul lor este de a măsura timpul, sunt printre cele mai vechi instrumente de acest fel din istoria omenirii. Oamenii au observat că Soarele lasă de-a lungul unui an umbre de mărimi inegale, iar mișcarea lui aparentă pe bolta cerească de la est la vest face ca direcția umbrei să se schimbe pe parcursul unei zile. Cadranele solare sunt instrumente de măsurare a timpului care folosesc umbra unui obiect denumit gnomon pentru a indica ora pe o suprafață gradată. Există tipuri diferite de cadrane solare, toate însă folosesc umbra proiectată de gnomon pe post de ac de ceasornic. Evident, pentru ca un cadran solar să funcționeze, să indice ora, este nevoie de condiții meteorologice favorabile, de o zi însorită. O excelentă lucrare, care prezintă atât o istorie a cadranelor solare cât și principiile de funcționare ale acestora, alături de o prezentare a tuturor cadranelor solare din Transilvania este cartea intitulată ”*Cadrane Solare din Transilvania, Banat, Crișana și Maramureș*” scrisă de Dan-George Uza, specialist în cadrane solare, autorul blogului cerculdestele.blogspot.com.

Cum funcționează un cadran solar?

În primul rând, pentru a funcționa, un cadran solar are nevoie de Soare. Soarele proiectează umbra gnomonului pe o scală gradată cu orele zilei. Cum Soarele răsare dinspre est, în prima parte a zilei umbra gnomonului este proiectată în partea stângă a cadranelui, acolo unde sunt marcajele aferente orelor de dimineață (*ante meridiem*). La amiază – aici prin amiază înțelegem punctul culminației superioare, adică punctul cel mai înalt al traiectoriei astrului – când Soarele se află în direcția sud, umbra este proiectată în direcția opusă, spre nord. Apoi, în orele după-amiezii, când Soarele se deplasează spre vest, umbra se proiectează în partea dreaptă a cadranelui, acolo unde sunt marcajele pentru orele de după-amiază (*post meridiem*). În cazul unui cadran orizontal, gnomonul trebuie aliniat cât mai exact pe direcția geografică sud-nord.

Un cadran solar nu indică decât rareori ”ora exactă” așa cum o citim noi de pe un ceas mecanic. De fapt, ora noastră este una convențională, în timp ce ”ora soarelui” este cea adevărată, cea reală. Cadranele solare măsoară întotdeauna ceea ce numim timp solar adevărat.

”Pentru un observator terestru din emisfera nordică soarele răsare dinspre est, crește pe cer și atinge altitudinea sa maximă în sud pe linia imaginară aferentă meridianului local, după care iarăși descrește deplasându-se spre vest. Prin urmare, în localitățile apusene astrul zilei va culmina pe meridianul lor propriu cu o anumită întârziere față de cele estice, proporțională cu diferența de longitudine. Cu alte cuvinte, pe măsură ce ne îndreptăm spre vest, fiecare grad de longitudine parcursă întârzie amiaza solară cu aproximativ 4 minute. Între Cluj și Brașov diferența de timp este de circa 8 minute.” – explică Dan-George Uza, în cartea sa, acest fenomen. Cadranul solar din curtea Colegiului Tehnic ”Alesandru Papiu Ilarian” măsoară timpul solar adevărat al meridianului de 30 de grade est, meridian la care se raportează fusul nostru orar. În plus, din motive meteorologice gradațiile sale sunt realizate în ore de vară, în vigoare între ultima duminică din martie și ultima duminică din octombrie.

Pentru a putea citi ora cât mai exact cu ajutorul unui cadran, e nevoie de o scală de corecție cunoscută ca ”ecuația timpului”. Cadranele solare încep anul înregistrând o mică întârziere față de ceasurile mecanice. Diferența crește până la 14 minute în luna februarie; apoi variația de timp se reduce primăvara cu cel mult 4 minute și vara cu cel mult 7 minute, după care toamna începe din nou să crească și atinge maximumul de 16 minute în avans față de ceas la începutul lunii noiembrie. Sunt 4 date în care ora indicată de un cadran solar coincide cu ora indicată de un ceas mecanic: 15

aprilie, 13 iunie, 1 septembrie și 25 decembrie. Cum cadranul din curtea școlii noastre este construit să indice ora de vară, vom avea doar trei date în care va arăta exact aceeași ora ca un ceas mecanic. Iar pe 25 decembrie, cadranul nostru va fi fix cu o oră în avans față de un ceas mecanic.

Cadranul solar din curtea școlii

Idea amplasării unui cadran solar la Colegiul Tehnic "Alesandru Papiu Ilarian" se înscrie în activitățile proiectului educațional "*Orizonturi Științifice*" pe care-l coordonez alături de doamna profesoară Mariana Banto, proiect prin care vrem să aducem știința în general și astronomia în special mai aproape de elevi. Datorită faptului că astăzi, în școala românească, astronomia a fost scoasă în afara programelor școlare, tinerii au ajuns să creadă mai mult în astrologie decât în știință. Ceea ce vrem noi este și să arătăm că noțiunile teoretice de știință studiate în școală au o aplicabilitate practică.

Cadranul solar ce are inscripționat pe el motto-ul în latină "*Sol Omnia Regit*" – "*Soarele este atotputernic*", este sculptat în piatră de Băbeni de către artistul Marius Tutovan, iar proiectul a fost realizat de către Dan-George Uza. Gnomonul de metal, sub forma unui triunghi dreptunghic, are unghiul de la bază de aproximativ 47 grade, corespunzător latitudinii locului în care este amplasat. Ca un element care-i dă cadranului nostru o oarecare particularitate, gnomonul are un pinten care va indica prin umbra proiectată perioada aproximativă din an. Cadranul conține și curbele pentru solstiții (de vară și de iarnă) respectiv linia echinoctiilor (de primăvară și de toamnă). De asemenea are gravate semnele zodiacale, astfel aranjate încât să corespundă mișcării aparente a Soarelui printre constelații. De exemplu, linia echinoctiilor este delimitată de însemnele zodiacale pentru Balanță (în vest) și Berbec (în est); Capricornul în direcția nord iar Racul în direcția sud. Celelalte zodii sunt aranjate în sens orar, în sensul în care soarele le tranzitează într-un an calendaristic.

În zona în care este amplasat cadranul, vom încerca să realizăm un parc în care elevii noștri să se poată recrea dar în care să poată studia diferite fenomene științifice. Parcul va fi realizat în cadrul proiectului "*API – Lumină și Culoare*" pe care-l coordonez de asemenea alături de doamna profesoară Anca Făgărași. Cadranul va fi piesa principală dintr-un complex ce va mai conține 12 "scaune" sculptate de asemenea de maestrul-artist Marius Tutovan, scaune ce vor avea gravate însemne zodiacale dar și diferite simboluri din cultura populară sălăjeană, ca un tribut meșterilor anonimi care au înfrumusețat bisericile de lemn din județul nostru.

Complexul va imita oarecum celebra Masă a Tăcerii a lui Brâncuși, desigur în viziunea artistului. De altfel, realizarea artistică a cadranului îi aparține în totalitate, "timpul ce se scurge" sub efectul razelor Soarelui este foarte bine pus în evidență.

În loc de concluzii

Timpul ne măsoară existența, timpul ni se scurge printre degete într-un mod implacabil. Iar Soarele care este atotputernic, Soarele dătător de viață, ne măsoară timpul într-un mod simplu, prin intermediul acestui cadran solar. Credem că în timp, cadranul solar de la API va deveni un punct de atracție (chiar și turistică) al orașului. Cu siguranță va fi și un material didactic ce poate fi folosit cu succes la orele de matematică, geografie, astronomie.



Sesiunea Interjudețeană de Referate și Comunicări Științifice ale elevilor la matematică „Fată-n față cu adevărul”

Ediția a XVII-a, 17 XII 2016

Liceul Teoretic „Emil Racoviță” - Baia Mare

*Prof. Sîrb Vasile
C.T. “Alesandru Papiu Ilarian” Zalău*

Sâmbătă 17 decembrie 2016, a avut loc Sesiunea Interjudețeană de Referate și Comunicări Științifice ale elevilor la matematică „ Fată-n față cu adevărul”, ediția a XVII-a. Această manifestare se desfășoară în fiecare an, în luna decembrie la Liceul Teoretic „Emil Racoviță” din Baia Mare. La această ediție au participat 254 elevi din clasele VII-XII, coordonați de 52 de profesori, un număr de 30 de profesori au fost membrii în cele 8 birouri ale secțiunilor sesiunii . Din cele 135 de lucrări prezentate au fost premiat 84 de lucrări,și un număr de 168 de elevi. Astfel s-au acordat 10 premii I, 10 premii II, 10 premii III și 54 de mențiuni.

Colegiul Tehnic „Alesandru Papiu Ilarian” Zalău a fost reprezentat și anul acesta de o delegație formată din 13 elevi, însoțiți de prof. Sîrb Vasile, care a făcut parte și din Biroul Secțiunii la clasa a X-a M1. Elevii au prezentat în fața comisiilor, referate la matematică, lucrările acestora fiind apreciate de comisiile de evaluare și notare.



Rezultatele elevilor de la C.T. „Alesandru Papiu Ilarian” Zalău au fost următoarele:

Clasa a IX-a M1

- Mențiune: Moldovan Mirian Luiza și Opriș Andreea, clasa IX B, profesor coordonator Sîrb Vasile.

Clasa a IX-a M2

- Premiul III: Negoescu Mihnea și Pop Alexandru Rareș clasa IX H, profesor coordonator Sîrb Vasile.

Clasa a XI-a M2

- Premiul II: Urs Marian și Rus Cătălin, clasa XI H profesor coordonator Matyas Mirel.
- Mențiune specială: Prodan Iulia, clasa XI E, profesor coordonator insp. prof. Opriș Adonia.

Clasa a XII-a M2

- Premiul III: Chiriță Cristina și Sălăjan Flavia, clasa XII C, profesor coordonator Sîrb Vasile

CLASA a XII-a M1

- Premiul II: Hegheduș Raluca și Jecan Monica, clasa XII B, profesor coordonator Sîrb Vasile.

Mulțumim conducerii școlii pentru sprijinul acordat, felicitări tuturor elevilor și profesorilor care i-au îndrumat.



Informații utile

Cum se poate publica în revista MI API ?

Revista de Matematică și Informatică MI API se adresează tuturor celor care se simt atrași de matematică și informatică. Este deschisă atât elevilor cât și profesorilor de la Colegiul Tehnic "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău, dar și de la alte școli din județ sau din țară.

Profesorii de matematică, care vor să publice articole, studii, chestiuni de metodică, probleme propuse etc, trebuie să trimită pe adresa redacției materialele redactate în format electronic, respectând următoarele condiții:

- pentru editarea materialelor se va folosi una din versiunile Microsoft Office 2007 sau 2010;
- pagina va fi setată la A5, textul va fi scris cu fontul Times New Roman, dimensiunea acestuia va fi de 11;
- pentru editarea formulelor și a ecuațiilor matematice se va folosi editorul de ecuații implicit;
- figurile geometrice se vor realiza astfel încât acestea să fie lizibile;
- articolele vor fi însoțite de numele autorului / autorilor precum și de școala de proveniență a acestora;
- sursele de informații folosite se vor indica în bibliografie;
- se recomandă ca textele să nu depășească 4 pagini A5;

Elevii, indiferent de școala de proveniență, pot publica articole în revista MI API dacă au recomandarea profesorului de matematică sau informatică de la clasă. Respectarea cerințelor prezentate mai sus sunt obligatorii și pentru aceștia.

Redacția își rezervă dreptul de a selecta materialele trimise spre publicare. De asemenea, responsabilitatea în ce privește conținutul articolelor revine în totalitate autorilor.