REVISTA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ MI API
Serie nouă, anul VII nr. 7 (17) – martie 2015

Adresa redacției

Colegiul Tehnic „Alesandru Papiu Ilarian”
450099 – Zalău
B-dul Mihai Viteazul Nr. 59
corp A, et. 3 sala 35
tel./fax: 0260 616001
e-mail: mi_api@yahoo.com

Colectivul de redacție:

Coordonator:
prof. Mirel Matyas

Colaboratori:
prof. Adonia Opriş
prof. Paula Deac
prof. Ioana Ionescu
prof. Klára Alexuțan
prof. Lia Asztalos
prof. Manuela Sabou
prof. Loredana Gavriş
prof. Vasile Sîrb

Machetare:
prof. Mirel Matyas

Design copertă:
Kulcsár Ferenc

ISSN 2248 – 339X
ISSN-L 2248 – 339X

Tipărit la **Tehno-Print Zalău**

Cuprins

Matematica şi Informatica la Colegiul Tehnic API Zalău 1
Chestiuni metodice 2
Tipuri de cerințe pentru Examenul de Bacalaureat.
Analiză Matematică, clasa a XI-a 2
Examene. Concursuri
Simularea Examenului de bacalaureat la matematică,
clasa a XI-a, profil matematică-informatică 10
Simularea Examenului de bacalaureat la matematică,
clasa a XII-a, profil matematică-informatică 15
Simularea Examenului de bacalaureat la matematică,
clasa a XII-a, filieră tehnologică 18
Simularea Examenului de bacalaureat la informatică 21
Între jocuri şi matematică 29
Informatica pe Internet 31
Bazar
Matematica în filatelie (5) 33
Profil: Dezmerean Robert 35
Informații utile 36

Matematica și Informatica la Colegiul Tehnic ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău

Prof. Paula-Cristina Deac
C.T. ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău

Proiectul *Matematica şi informatica la API* inițiat în anul 2011 de către profesorii Mirel Matyas și Paula Deac, a fost un proiect ambițios care și-a propus, pe durata a doi ani școlari, atingerea a trei mari obiective: publicarea cu ISSN a unei reviste de matematică și informatică, amenajarea și dotarea unui cabinet de matematică și informatică, inițierea unui cerc de matematică și informatică adresat elevilor capabili de performanță. Deoarece proiectul și-a atins obiectivele și s-a bucurat de un real succes, membrii catedrei de matematică și informatică de la API au decis continuarea acestui proiect și în anul școlar 2015-2016.

Ne-am propus să realizăm, pe lângă tipărirea a două numere din revista de matematică și informatică, următoarele activități: crearea de softuri educaționale și materiale didactice; pavoazarea unui laborator de informatică; expoziția de postere “eDragoste de matematică”; prezentare de proiecte “De la matematică la informatică și înapoi”; prezentarea unor proiecte și realizarea unei expoziții cu tema “Gazeta Matematică – 120 de ani de apariție neîntreruptă”.

În luna noiembrie, s-a desfășurat una dintre activitățile din cadrul acestui proiect: prezentarea de softuri educaționale și materiale didactice realizate de către elevii clasei a XI-a A (prof. Deac Paula). Elevii au apreciat activitatea ca fiind una interesantă, practică și și-au manifestat interesul pentru activități de acest gen în viitor.

Chestiuni metodice

Continuăm şi în acest număr abordarea din punct de vedere metodic a unor teme din programa de matematică, care fac obiectul examenului de Bacalaureat.

Legi de compoziție
Metode de abordare – Comentarii – Sugestii

Prof. Vasile Sîrb
C.T. ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău

Problema 1. Pe R se defineşte operaţia $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$, pentru orice $x, y \in R$. Cerinţe:

1) Să se verifice că $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$, pentru orice $x, y \in R$.
2) Să se calculeze $x \circ (-4)$.
3) Ştiind că operaţia "$\circ$" este asociativă, să se calculeze $(-2009) \circ (-2008) \circ ... \circ 2008 \circ 2009$.
4) Să se arate că $\underbrace{x \circ x \circ ... \circ x}_{de\ \ n\ \ ori\ \ x} = (x+4)^n - 4$, oricare ar fi $n \geq 1$.
5) Să se rezolve ecuaţia $\underbrace{x \circ x \circ ... \circ x}_{de\ \ 10\ \ ori\ \ x} = -4$.
6) Să se rezolve ecuaţia: $\underbrace{x \circ x \circ ... \circ x}_{de\ \ 10\ \ ori\ \ x} = x$.
7) Să se arate că $x \circ y \in [-4, \infty)$, oricare ar fi $x, y \in [-4, \infty)$.

Această cerinţă poate fi formulată astfel: să se arate că $H = [-4, \infty)$ este parte stabilă a lui R în raport cu operaţia "$\circ$".

Sau: Să se arate că operaţia "$\circ$" este lege de compoziţie pe $H = [-4, \infty)$.

8) Să se arate că legea este asociativă.
9) Găsiţi elementul neutru al legii "$\circ$".
10) Găsiţi elementele simetrizabile în raport cu legea "$\circ$".
11) Găsiţi elementele simetrizabile în raport cu legea "$\circ$" în cazul în care legea este definită pe mulţimea numerelor întregi.

12) Să se determine $a \in Z$ cu proprietatea că $x \circ a = a$, $\forall x \in Z$.

13) Să se determine două numere $a, b \in Q \setminus Z$ astfel încât $a \circ b \in N$.

14) Să se afle $a, b \in R$ astfel încât $(-4) \circ x = -4$, $\forall \ x \in R$.

Cum gândim?	Ce trebuie să ştim?
1) Metoda I – descompunem relaţia dată în factori $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12 = xy + 4x + 4y + 16 - 4 =$ $= x(y+4) + 4(y+4) - 4 = (x+4)(y+4) - 4$ Metoda II: În expresia de la punctul a) desfacem parantezele $(x+4)(y+4) - 4 = xy + 4x + 4y + 16 - 4 =$ $= xy + 4x + 4y + 12 = x \circ y$	- Descompunerea în factori Sau - Desfacerea parantezelor
2) Folosim forma dată în ipoteză: $x \circ (-4) = x \cdot (-4) + 4x + 4 \cdot (-4) + 12 =$ $= -4x + 4x - 16 + 12 = -4$ Sau dacă folosim forma dată în punctul a) avem: $x \circ (-4) = (x+4)(-4+4) - 4 = 0 - 4 = -4$	- Efectuarea operaţiei de compunere a două numere după legea dată Sau - Efectuarea operaţiei de compunere a două numere după relaţia demonstrată la punctul a).
3) Deoarece operaţia este asociativă, putem asocia termenii astfel. $\underbrace{((-2009) \circ (-2008) \circ \ldots \circ (-5))}_{x} \circ (-4) \circ$ $\circ \underbrace{((-3) \circ \ldots \circ 2008 \circ 2009)}_{y} =$ $= x \circ (-4) \circ y = (x \circ (-4)) \circ y = (-4) \circ y =$ $= (-4+4)(y+4) - 4 = -4$	- Cunoaştem proprietatea de asociativitate - Observăm că (-4) este termen al şirului - Grupăm convenabil termenii din faţa lui (-4) şi de după (-4).

4) Demonstrăm relaţia prin inducţie matematică Notăm $P(n): \underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ \ n\ \ ori\ \ x} = (x+4)^n - 4$ Etapa I: (verificare) $P(1): x = (x+4) - 4$, adevărată. Etapa II: (demonstraţie) $P(k) \Rightarrow P(k+1)$ $P(k): \underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ \ k\ \ ori\ \ x} = (x+4)^k - 4$ $P(k+1): \underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ \ k+1\ \ ori\ \ x} = (x+4)^{k+1} - 4$ Dar $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ \ k+1\ \ ori\ \ x} = \underbrace{(x \circ x \circ \ldots \circ x)}_{de\ \ k\ \ ori\ \ x} \circ x =$ $= \left((x+4)^k - 4\right) \circ x =$ $= \left((x+4)^k - 4 + 4\right)(x+4) - 4 =$ $= (x+4)^k (x+4) - 4 = (x+4)^{k+1} - 4$ Deci, conform metodei inducţiei matematice $P(n)$ este adevărată.	- Elevul trebuie să cunoască etapele inducţiei matematice - La etapa a II-a observă cum se scrie $P(k+1)$ - Compune primii n termeni cu încă un x
5) Dacă relaţia s-a demonstrat la caz general la punctul 4) avem $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ \ 10\ \ ori\ \ x} = (x+4)^{10} - 4 = -4$, de unde $(x+4)^{10} = 0 \Rightarrow x = -4$, soluţie multiplă de ordinul 10.	- Dacă nu s-a dat formula generală, trebuie dedusă.
6) $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{de\ \ 10\ \ ori\ \ x} = x$ Conform punctului d) ecuaţia este $(x+4)^{10} - 4 = x$	- Deduce formula pentru partea stângă a inegalităţii - Trece pe x în membrul stâng

Trecem x în membrul stâng şi dăm pe $x+4$ factor comun. Obţinem: $(x+4)^{10}-x-4=(x+4)^{10}-(x+4)=$ $=(x+4)\cdot\left((x+4)^{9}-1\right)=0$ De unde: $x+4=0$ sau $(x+4)^{9}-1=0$. Rezolvă pe rând cele două ecuaţii: $x=-4$, iar din $(x+4)^{9}-1=0$, obţinem $(x+4)^{9}=1$, de unde $x+4=1\Rightarrow x=-3$.	- Dă factor comun pe $x+4$
7) Pornim de la $x\in[-4,\infty)\Rightarrow x\geq -4\Rightarrow x+4\geq 0$ şi $y\in[-4,\infty)\Rightarrow y\geq -4\Rightarrow y+4\geq 0$ înmulţim relaţiile $\Rightarrow (x+4)(y+4)\geq 0\Leftrightarrow$ $xy+4x+4y+16\geq 0$ - Scădem 4 în ambii membri şi obţinem $xy+4x+4y+12\geq -4 \Leftrightarrow x\circ y\geq -4$, adică $x\circ y\in[4,\infty)$. Observaţie: ştiind că $x+4\geq 0$ şi $y+4\geq 0$ putem merge prin echivalenţă: $x\circ y\in[4,\infty)\Leftrightarrow xy+4x+4y+12\geq -4\Leftrightarrow$ $xy+4x+4y+16\geq 0\Leftrightarrow x(y+4)+4(y+4)\geq 0$ $\Leftrightarrow (x+4)(y+4)\geq 0$, ceea ce este adevărat deoarece prin ipoteză $x+4\geq 0$ şi $y+4\geq 0$.	De ştiut: - Calcule cu intervale - Desfacerea parantezelor - Descompunerea în factori
8) Se verifică dacă $(x\circ y)\circ z=x\circ(y\circ z)$, oricare ar fi $x,y,z\in R$. Folosind forma iniţială a operaţiei avem	De ştiut: - Definiţia asociativităţii

$(x\circ y)\circ z=\underbrace{(xy+4x+4y+16)}_{u}\circ z=u\circ z=$ $=uz+4u+4z+12=(xy+4x+4y+12)\cdot z+$ $+4(xy+4x+4y+12)+4z+12=$ $=xyz+4xz+4yz+4xy+16x+16y+16y+60$ Analog se calculează membrul drept şi se obţine că legea este asociativă. Obs: se poate folosi forma lui $x\circ y$ de la punctul a)	
9) e este element neutru pentru legea "$\circ$" dacă $x\circ e=e\circ x=x$, oricare ar fi $x\in R$. Deoarece legea este comutativă este destul să facem $x\circ e=x, \forall x\in R$ Din $x\circ e=x \Leftrightarrow xe+4x+4e+12=x \Leftrightarrow$ $(e+4)x+4e+12=x,\ \forall x\in R$ Egalăm coeficienţii $\begin{cases} e+4=1 \\ si \\ 4e+12=0 \end{cases}$, obţinem $e=-3$. Observaţie: în relaţia $xe+4x+4e+12=x$ putem trece pe x în stânga şi obţinem $e(x+4)+3(x+4)=0 \Leftrightarrow (e+3)(x+4)=0$ $\forall x\in R$. De aici $e=-3$ pentru $x\neq -4$. Este indicat să verifice dacă şi pentru $x=-4$ avem $x\circ e=e\circ x=x$, adică $-4\circ(-3)=-4$ $-4\circ(-3)=12-16-12+12=-4$, adevărat deci $e=-3$ este elementul neutru.	De ştiut: - Definiţia elementului neutru - Descompunerea în factori - Metoda coeficienţilor nedeterminaţi
10) $x\circ x'=x'\circ x=e$ Din $x\circ x'=e$ avem $xx'+4x+4x'+12=-3 \Leftrightarrow$ $x'(x+4)=-15-4x \Leftrightarrow x'=\dfrac{-15-4x}{x+4}$ Punem condiţia $x+4\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -4$. Deci	De ştiut: - Definiţia elementului simetrizabil

elementele simetrizabile sunt $x \in R - \{-4\}$.	
11) Dacă $x, y \in Z$ să se afle elementele simetrizabile în raport cu legea "$\circ$". $x \circ x' = e \Rightarrow xx' + 4x + 4x' + 12 = -3 \Rightarrow$ $x' = \dfrac{-15-4x}{x+4}$ Punem condiţia ca $x' \in Z$, deci $\dfrac{-15-4x}{x+4} \in Z \Rightarrow$ $\dfrac{-4(x+4)+1}{x+4} \in Z \Rightarrow -4 + \dfrac{1}{x+4} \in Z \Rightarrow$ $x+4 \in D_4 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4\} \Rightarrow$ $x \in \{5, -3, -2, -6, 0, -8\}$. Acestea sunt elementele simetrizabile din Z în raport cu legea "$\circ$".	De ştiut: - Definiţia elementului simetrizabil - Noţiuni de divizibilitate
12) Să se determine $a \in Z$ cu proprietatea că $x \circ a = a$, $\forall x \in Z$. Avem $x \circ a = a \Rightarrow xa + 4x + 4a + 12 = a \Rightarrow$ $(a+4)x + 4a + 12 = a$, $\forall x \in Z$ Egalăm coeficienţii lui x $\Rightarrow a + 4 = 0$ şi $4a + 12 = a$, obţinem $a = -4$	De ştiut: - Metoda coeficienţilor nedeterminaţi
13) Să se determine două numere $a, b \in Q \setminus Z$ astfel încât $a \circ b \in N$. Scriem legea sub forma $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$ Deci $a \circ b = (a+4)(b+4) - 4$. Luăm $a + 4 = \dfrac{10}{3}$ şi $b + 4 = \dfrac{3}{2}$, de unde $a = -\dfrac{2}{3} \in Q - Z$ şi $b = -\dfrac{5}{2} \in Q - Z$, iar $a \circ b = (a+4)(b+4) - 4 = \dfrac{10}{3} \cdot \dfrac{3}{2} - 4 =$ $= 5 - 4 = 1 \in N$	De ştiut: - Ce înseamnă Q-Z? - Cunoaşte mulţimile de numere N, Z, Q.

14) $(-4)\circ x=-4x-16+ax+b=$ $=(a-4)x+b-16$ Egalitatea cerută este echivalentă cu $(a-4)x+b-16=-4$, $\forall x\in R$. Pentru aceasta coeficienţii trebuie să fie egali: $a-4=0$ şi $b-16=-4$ de unde $a=4$ şi $b=12$.	

Problema 2. Se consideră mulţimea $G=\left\{a+b\sqrt{3}\,\middle|\,a,b\in Z, a^2-3b^2=1\right\}$

a) Să se verifice că $2+\sqrt{3}\in G$.
b) Să se arate că, în raport cu înmulţirea numerelor reale, orice element din mulţimea G are invers în G.
c) Să se demonstreze că $x\cdot y\in G$ pentru orice $x,y\in G$.

Cum gândim?	Ce trebuie să ştim?
a) $2+\sqrt{3}=2+1\cdot\sqrt{3}\in G$ deoarece $a=2, b=1$ şi $a^2-3b^2=4-3=1$.	De ştiut: - Să ştie ce elemente intră în G. - Să identifice în numărul dat pe a şi pe b.
b) Fie $\frac{1}{x}$ inversul lui x. Atunci $\frac{1}{x}=\frac{1}{a+b\sqrt{3}}=\frac{a-b\sqrt{3}}{a^2-\left(b\sqrt{3}\right)^2}=\frac{a-b\sqrt{3}}{a^2-3b^2}=$ $=a-b\sqrt{3}=a+(-b)\sqrt{3}\in G$ deoarece $a^2-3(-b)^2=1$, deci $\frac{1}{x}\in G$	De ştiut: - Noţiunea de invers al lui x în raport cu înmulţirea - Operaţia de raţionalizare - Noţiunea de conjugată a lui $a+b\sqrt{3}$.
c) Fie $x=a+b\sqrt{3}\in G$ şi $y=c+d\sqrt{3}\in G$, deci $a^2-3b^2=1$ şi $c^2-3d^2=1$	De ştiut: - Să recunoască forma generală a

$x \cdot y = (ac+3bd)+(ad-bc)\sqrt{3}$ care are forma unui element din G. Mai trebuie arătat că se verifică relaţia dată. Avem $(ac+3bd)^2-3(ad-bc)^2=$ $=c^2\underbrace{(a^2-3b^2)}_{1}-3d^2\underbrace{(a^2-3b^2)}_{1}=c^2-3d^2=1$ Deci $x \cdot y \in G$.	două elemente din G. - Să scrie produsul $x \cdot y$ sub forma unui element din G. - Să grupeze termenii şi să dea factor comun.

Problema 3. Pe Z se definesc legile de compoziţie $x \perp y = x+y+1$ şi $x \circ y = ax+by-1$ cu $a,b \in Z$ şi funcţia $f: Z \to Z$ definită prin $f(x)=x+2$.

a) Să se demonstreze că $x \perp (-1) = (-1) \perp x = x$ oricare ar fi $x \in Z$.

b) Să se determine $a,b \in Z$ pentru care legea "$\circ$" este asociativă.

c) Dacă $a=b=1$ să se arate că funcţia este morfism între grupurile $(Z,\perp)$ şi $(Z,\circ)$.

Cum gândim?	Ce trebuie să ştim?
a) $x \perp (-1) = x+(-1)+1 = x$ şi $(-1) \perp x = -1+x+1 = x$ rezultă $x \perp (-1) = (-1) \perp x = x$	De ştiut: - Să compună după legea dată două elemente.
b) Din $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ rezultă $a^2x+aby+bz-a-1=$ $=ax+aby+b^2z-b-1$ Egalăm coeficienţii $a^2=a$, $b^2=b$, $a=b$, de unde $a=b=0$ sau $a=b=1$.	De ştiut: - Definiţia asociativităţii şi efectuarea calculelor - Metoda coeficienţilor nedeterminaţi
c) Dacă $a=b=1$ avem $x \perp y = x+y+1$ şi $x \circ y = x+y-1$	De ştiut: - Definiţia morfismului

Funcţia f este morfism dacă $f(x \perp y) = f(x) \circ f(y)$, $\forall x, y \in Z$. Avem: $f(x+y+1) = (x+2) \circ (y+2) \Leftrightarrow$ $x+y+1+2 = x+2+y+2-1$, adevărat.	- Verificarea egalităţii din definiţia morfismului.

Problema 4 Pe mulţimea numerelor întregi se consideră legile $x * y = px + y + 2$ şi $x \circ y = x + y - 2$ şi funcţia $f : Z \to Z$, $f(x) = 3x + q$, unde $p, q \in Z$.

a) Să se determine numărul real p astfel încât legea "$*$" să fie comutativă.

b) Pentru $p = 1$ să se determine q astfel încât funcţia f să fie morfism între grupurile $(Z, *)$ şi $(Z, \circ)$.

Cum gândim?	Ce trebuie să ştim?
a) $x * y = y * x$, $\forall x, y \in Z$ obţinem $px + y + 2 = py + x + 2$ de unde $p = 1$	De ştiut: - Definiţia comutativităţii - Metoda coeficienţilor nedeterminaţi.
b) Metoda I $x * y = x + y + 2$ şi $x \circ y = x + y - 2$ f este morfism între grupurile $(Z, *)$ şi $(Z, \circ)$ atunci $f(x * y) = f(x) \circ f(y)$. Rezultă $3(x+y+2) + q = 3x + q + 3y + q - 2$ sau $3x + 3y + 6 + q = 3x + q + 3y + q - 2$, de unde $q = 8$. Metoda II În grupul $(Z, *)$ avem elementul neutru $e_1 = -2$ iar în grupul $(Z, \circ)$ avem	De ştiut: - Definiţia morfismului - Scrierea relaţiilor din definiţia morfismului - Identificarea coeficienţilor. Sau: - Să determine elementele neutre în cele două grupuri - Să ştie că $f(e_1) = e_2$.

$e_2 = 2$. f este morfism, atunci $f(e_1) = e_2$ adică $-6 + q = 2$ de unde $q = 8$.	

Problema 5 (M1)

Pe $M = [0, \infty)$ se defineşte operaţia $a * b = \ln(e^a + e^b - 1)$.

a) Să se arate că $a * b \in M$, oricare ar fi $a, b \in M$.

b) Să se arate că legea de compoziţie "$*$" este asociativă.

c) Pentru $n \in N, n \geq 2$, să se determine $a \in M$ astfel încât $\underbrace{a * a * ... * a}_{de\ \ n\ \ ori\ \ a} = 2a$.

Cum gândim?	Ce trebuie să ştim?
a) $a * b \in M \Leftrightarrow$ $\ln(e^a + e^b - 1) > 0 \Leftrightarrow$ $e^a + e^b - 1 > 1 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow e^a + e^b > 2$, adevărat pentru că $e^a > e^0 = 1$ şi $e^b > e^0 = 1$.	- Proprietăţile logaritmilor - Monotonia funcţiei logaritmice - Operaţii cu log.
b) $(a * b) * c = \ln(e^a + e^b - 1) * c =$ $= \ln\left(e^{\ln(e^a + e^b - 1)} + e^c - 1\right) =$ $= \ln(e^a + e^b + e^c - 2)$ Analog $a * (b * c) = \ln(e^a + e^b + e^c - 2)$	- Definiţia asociativităţii - Formula $e^{\ln a} = a$ - Operaţii cu log

c) $a*a=\ln\left(e^a+e^a-1\right)=$ $=\ln\left(2e^a-1\right)$ $a*a*a=\ln\left(3e^a-2\right)$. Presupunem că $\underbrace{a*a*...*a}_{de\ \ n\ \ ori\ \ a}=\ln\left(n\cdot e^a-(n-1)\right)=2a$ $\Rightarrow n\cdot e^a-(n-1)=e^{2a}\Rightarrow$ $e^{2a}-n\cdot e^a+(n-1)=0$ Notez $e^a=t>0$. Avem $t^2-nt+n-1=0$, cu $t_1=n-1$ şi $t_2=1$ Revin la notaţie: $e^a=n-1\Rightarrow$ $a=\ln(n-1)$ şi $e^a=1\Rightarrow a=0$	- Ştie să deducă formula $\underbrace{a*a*...*a}_{de\ \ n\ \ ori\ \ a}=\ln\left(n\cdot e^a-(n-1)\right)=$ $=2a$ - Rezolvă ecuaţia log: $\ln\left(n\cdot e^a-(n-1)\right)=2a$ - Rezolvă ecuaţia exponenţială $e^{2a}-n\cdot e^a+(n-1)=0$

Problema 6 (M1)

Se consideră mulţimea $G=(-1,1)$, funcţia $f:G\to R$, $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$

şi operaţia $x*y=\dfrac{x+y}{1+xy}$, $\forall x,y\in G$.

a) Să se arate că "$*$" este lege de compoziţie pe G.

b) $\forall x,y\in G$, $f(x*y)=f(x)\cdot f(y)$.

c) Să se calculeze $\dfrac{1}{2}*\dfrac{1}{3}*...\dfrac{1}{9}$.

Cum gândim?	Ce trebuie să ştim?
a) Trebuie arătat că $-1<x*y<1$, $\forall x,y\in G$ $-1<x*y\Leftrightarrow -1<\dfrac{x+y}{1+xy}\Leftrightarrow\dfrac{(1+x)(1+y)}{1+xy}>0$ (1)	- Noţiunea de lege de compoziţie - Proprietăţile modulului

Dar $x, y \in (-1,1) \Leftrightarrow \lvert x\rvert < 1,\ \lvert y\rvert < 1 \Leftrightarrow \lvert xy\rvert < 1$ $\Leftrightarrow -1 < xy < 1 \Leftrightarrow 1 + xy > 0$. Din $-1 < x < 1$ şi din $-1 < y < 1$ avem $1 + x > 0$ şi $1 - x > 0$, $1 + y > 0$ şi $1 - y > 0$ Atunci relaţia (1) este verificată Analog $x * y < 1 \Leftrightarrow \dfrac{(1-x)(1-y)}{1+xy} > 0$	
b) $f(x * y) = f(x) \cdot f(y)$ se verifică prin calcul	- Să ştie operaţii cu fracţii
c) $f(\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \ldots \frac{1}{9}) = f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f\left(\frac{1}{3}\right) \ldots f\left(\frac{1}{9}\right) =$ $= \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \ldots \cdot \frac{8}{10} = \frac{1}{45}$ dar f este inversabilă $\Rightarrow \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \ldots * \frac{1}{9} = f^{-1}\left(\frac{1}{45}\right)$ găsim $f^{-1} = \frac{1-x}{1+x}$. Atunci $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \ldots * \frac{1}{9} = f^{-1}\left(\frac{1}{45}\right) = \frac{44}{46} = \frac{22}{23}$	- Inversa unei funcţii - Determinarea inversei

Problema 7 (M1)

Se consideră grupul multiplicativ $(R_+^*, \cdot)$ şi mulţimea de numere reale $H = (0,1)$.

a) Să se arate că relaţia $a \circ b = \dfrac{ab}{ab + (1-a)(1-b)}$ defineşte o lege de compoziţie pe H.

b) Să se arate că $f : R_+^* \to (0,1)$, $f(x) = \dfrac{x}{1+x}$ are proprietatea $f(x \cdot y) = f(x) \circ f(y)$, $\forall x, y > 0$.

c) Să se rezolve în $(H,\circ)$ ecuaţia $x\circ x\circ x=\frac{1}{2}$.

Cum gândim?	Ce trebuie să ştim?
a) $a,b\in(0,1)\Rightarrow(1-a)(1-b)>0\Rightarrow$ $ab+(1-a)(1-b)>ab$, de unde $\frac{ab}{ab+(1-a)(1-b)}$ este pozitivă şi subunitară.	- Noţiunea de parte stabilă - Noţiunea de lege de compoziţie
b) $f(x\cdot y)=f(x)\circ f(y)$ se arată prin calcul	- Noţiunea de morfism
c) $x\circ x=\frac{x^2}{x^2+(1-x)(1-x)}=\frac{x^2}{x^2+(1-x)^2}$ $x\circ x\circ x=(x\circ x)\circ x=\frac{1}{2}$, se obţine $2x^3-3x^2+3x-1=0$, cu singura soluţie $x=\frac{1}{2}\in(0,1)$.	- Compune $x\circ x\circ x$ după legea dată. - Rezolvarea unei ecuaţii de gradul 3

Examene. Concursuri

1. Examenul de Bacalaureat sesiunea iunie – iulie 2015

A. Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

Prof. Klára Alexuţan
C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău

Subiectul I (30 puncte)

1. Arătaţi că $\left(\sqrt{5}+1\right)^2+\left(\sqrt{5}-1\right)^2=12$.
2. Calculaţi produsul $f(1)f(2)f(3)f(4)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x-3$.
3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2-4x+4)=0$.
4. Determinaţi câte numere naturale impare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifrele 2, 3 şi 4.
5. În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A(1,2)$ și $B(2,3)$. Determinaţi ecuația dreptei d care trece prin A și este perpendiculară pe dreapta AB.
6. Arătați că $\sin(\pi-x)+\sin(\pi+x)=0$, pentru orice număr real x.

Rezolvare:

1. $\left(\sqrt{5}+1\right)^2=6+2\sqrt{5}$ iar $\left(\sqrt{5}-1\right)^2=6-2\sqrt{5}$ deci
$$\left(\sqrt{5}+1\right)^2+\left(\sqrt{5}-1\right)^2=6+2\sqrt{5}+6-2\sqrt{5}=12$$
2. $f(3)=0$ deci produsul este egal cu zero
3. $x^2-4x+4=1\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Longrightarrow x_1=1, x_2=3$.
4. Ultima cifră este 3 deci numerele sunt 243 și 423. Se pot forma două astfel de numere
5. $m_{AB}=1$ iar $m_{AB}\cdot m_d=-1\Longrightarrow\ m_d=-1$

Ecuaţia dreptei d este $y=-x+3$

6. $\sin(\pi-x)=sinx$ iar $\sin(\pi+x)=-sinx$ deci $\sin(\pi-x)+\sin(\pi+x)=sinx-sinx=0$

Subiectul II (30 puncte)

1. Se consideră matricea $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
   a) Arătaţi că $det\big(B(0)\big) = 1$.
   b) Arătaţi că $B(x) + B(y) = 2B\left(\frac{x+y}{2}\right)$pentru orice numere reale x şi y.
   c) Determinaţi numerele reale x pentru care $B(x^2+1)B(x) = B(x^2 + x + 1)$.
2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x \circ y = \frac{1}{2}(x-3)(y-3) + 3$.

a) Arătaţi că $(-3) \circ 3 = 3$.
b) Determinaţi numerele naturale n pentru care $n \circ n = 11$.
c) Calculaţi $1 \circ 2 \circ 3 \circ \ldots \circ 2015$.

Rezolvare:

1.a) $det\big(B(0)\big) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1.$

b) $B(x) + B(y) =$

$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & y \\ 0 & 1 & 0 \\ 3y & 0 & 1 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 2 & 0 & x+y \\ 0 & 2 & 0 \\ 3x+3y & 0 & 2 \end{pmatrix} =$

$= 2\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{x+y}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 3\cdot\frac{x+y}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} = B(\frac{x+y}{2})$ pentru orice numere reale x şi y.

c) $B(x^2+1)B(x) = \begin{pmatrix} 3x^3+3x+1 & 0 & x^2+x+1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3(x^2+x+1) & 0 & 3x^3+3x+1 \end{pmatrix}$,

$B(x^2+x+1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x^2+x+1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3(x^2+x+1) & 0 & 1 \end{pmatrix} \Longrightarrow$

$3x^3 + 3x + 1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$

2. a) $(-3) \circ 3 = \frac{1}{2}(-3-3)(3-3) + 3 = 3.$

b) $n \circ n = \frac{1}{2}(n-3)(n-3)+3 = \frac{1}{2}(n-3)^2+3 \Longrightarrow (n-3)^2 = 16 \Leftrightarrow$ $n_1 = -1, n_2 = 7$ iar -1 nu convine

c)$1 \circ 2 \circ 3 \circ \ldots \circ 2015 = (1 \circ 2) \circ 3 \circ (4 \circ 5 \circ \ldots \circ 2015) =$
$= 3 \circ (4 \circ 5 \circ \ldots \circ 2015) = 3$

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f: (1, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+2}{x-1}$.
   a) Arătaţi că $f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2}, x \in (1, \infty)$.
   b) Arătați că f este convexă pe intervalul $(1, \infty)$.
   c) Determinați coordonatele punctului situat pe graficul funcției f, în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y = -3x$.
2. Se consideră funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = xe^x$.
   a) Arătați că $\int_1^2 \frac{1}{x} f(x)dx = e(e-1)$.
   b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care F(1)=0.
   c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 x^n f(x)dx$. Arătaţi că $I_n + (n+1)I_{n-1} = e$, pentru orice număr natural nenul n, $n \geq 2$.

Rezolvare:

1.a) $f'(x) = \frac{(x+2)' \cdot (x-1) - (x+2)(x-1)'}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)^2}, x \in (1, \infty)$

b) $f''(x) = \frac{6}{(x-1)^3} > 0, \forall x \epsilon (1, \infty)$, deci funcția este convexă pe $(1, \infty)$.

c) $f'(x) = -3 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 0, x_2 = 2$, 0 nu convine deci coordonatele punctului sunt (2, 4).

2.a) $\int_1^2 \frac{1}{x} f(x)dx = \int_1^2 \frac{1}{x} xe^x dx = \int_1^2 e^x dx = e^x|_1^2 = e(e-1)$

b) $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, F(x) = e^x(x-1) + c$, unde $c \epsilon \mathbb{R}$ iar $F(1) = c \Longrightarrow c = 0$ deci $F(x) = e^x(x-1)$

c) $I_n = \int_0^1 x^{n+1} e^x dx = (x^{n+1}e^x)|_0^1 - (n+1)\int_0^1 x^n e^x dx = e -$ $(n+1)I_{n-1}$, deci $I_n + (n+1)I_{n-1} = e$, pentru orice număr natural nenul n, $n \geq 2$.

B. Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale, profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

Prof. Manuela Sabou
C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău

Subiectul I (30 puncte)

1. Arătați că $(\frac{1}{2}+\frac{1}{5})\cdot\frac{20}{7}=2$.

2. Determinați numărul real a, știind că punctul A(a,0) aparține graficului funcției f: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, f(x)=x-2.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+3}=4$.

4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea M={10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90}, acesta să fie multiplu de 15.

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,2) și B(4,6). Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB.

6. Arătați că sin$x$ = $\frac{12}{13}$, știind că $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ și cos$x$ = $\frac{5}{13}$.

Subiectul II (30 puncte)

1. Se consideră matricile A=$\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix}4&3\\2&1\end{pmatrix}$ și C=$\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$.

a) Arătați că *det*A= -2.

b) Arătați că A+B=5C.

c) Demonstrați că AB+BA+4I_2 =25C, unde $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție x○y=xy+4x+4y+12.

a) Arătați că 5○(-4)= -4.

b) Arătați că x○y=(x+4)(y+4)-4, pentru orice numere reale x și y.

c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația x○x=x.

Subiectul III (30 puncte)

1. Se consideră funcția f: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, f(x)=$2x^3+3x^2+5$.

a) Arătați că f'(x)=6x(x+1), x$\in$R.

b) Calculați $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f'(x)}{f(x)-2x^3}$.

c) Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

2. Se consideră funcția f: ℝ → ℝ, f(x)-4x^3+3x^2.

a) Arătati ca $\int_1^2 (f(x)-3x^2)dx$=15.

b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care F(1)=2015.

c) Determinați numărul natural n, n>1, știind că $\int_1^n \dfrac{f(x)}{x^2}dx$=9.

Rezolvare:

Subiectul I

1. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{7}{10}$, $\dfrac{7}{10}\cdot\dfrac{20}{7}=2$.

2. $f(a)=0 \Leftrightarrow a-2=0 \Leftrightarrow a=2.$

3. $x+3=16.$ $x=13$, care verifica ecuatia.

4. Multimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile. În mulțimea M sunt 3 multipli de 15, deci sunt 3 cazuri favorabile

$$p=\frac{nr_cazuri_favorabile}{nr._cazuri_posibile}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}.$$

5. $x_M=4.$ $y_M=4$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.

6. $\sin^2 x=1-\cos^2 x=1-\left(\dfrac{5}{13}\right)^2=\dfrac{144}{169}$. Cum $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, obținem

$$\sin x=\frac{12}{13}.$$

Subiectul II

1. a) $\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix}=1\cdot 4-2\cdot 3=4-6=-2.$

b) A+B= $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} = 5\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 5$ C.

c) AB= $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \end{pmatrix}$, BA= $\begin{pmatrix} 13 & 20 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, $4I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

AB+BA+$4I_2$ = $\begin{pmatrix} 25 & 25 \\ 25 & 25 \end{pmatrix}$ =25$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ =25C.

2. a) $5\circ(-4) = 5\cdot(-4) + 4\cdot 5 + 4\cdot(-4) + 12 = -20 + 20 - 16 + 12 = -4$.
b) $x\circ y = xy + 4x + 4y + 16 - 4 = x(y+4) + 4(y+4) - 4$, pentru orice numere reale x și y.
c) $x\circ x=(x+4)^2 -4$, $(x+4)^2 - 4 = x \Leftrightarrow (x+4)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -4$ si $x_2 = -3$.

Subiectul III

1. a) $f'(x)=(2x^3)'+(3x^2)'+5'=6x^2+6x=6x(x+1)$, $x\in \mathbb{R}$.

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f'(x)}{f(x)-2x^3} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{6x(x+1)}{3x^2+5}$ =2.

c) $f'(x)=0 \Leftrightarrow x_1=-1$, $x_2=0$. $f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in(-\infty,-1]$, deci f este crescătoare pe $(-\infty,-1]$. $f'\leq 0$, pentru orice $x\in[-1,0]$, deci f este descrescătoare pe [-1,0].
$f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[0,\infty)$, deci f este crescătoare pe $[0,\infty)$.

2. a) $\int_1^2 (f(x)-3x^2)dx = \int_1^2 4x^3dx = x^4 \Big|_1^2$ =16-1=15.

b) F: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f'(x)=x^4+x^3+c$, unde $c\in \mathbb{R}$. F(1)=2015=> c=2013, deci F(x)= x^4+x^3+2013.

c) $\int_1^n \dfrac{f(x)}{x^2}dx = \int_1^n (4x+3)dx = 2x^2\Big|_1^n + 3x\Big|_1^n = 2n^2+3n-5.$

$2n^2+3n-5=9$ și cum n este număr natural, $n>1$, obținem $n=2$.

2. Examenul de Bacalaureat sesiunea august 2015

A. Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică. Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

Prof. Loredana Gavriş
C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău

Subiectul I (30 puncte)

1. Determinați al treilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ știind că $a_1 = 2$ şi $a_2 = 5$.

2. Determinaţi numărul real *a*, ştiind că punctul *A(3,5)* aparţine graficului funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = a - x$.

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $8^{4-x} = 2^{2x+2}$.

4. Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 0.

5. În reperul cartezian *xOy* se consideră punctul *M(1,1)*. Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul *M* şi are panta egală cu *2*.

6. Se consideră triunghiul *ABC* cu $AB = 5, AC = 12$ *şi* $BC = 13$. Arătaţi că $\sin C = \frac{5}{13}$

Subiectul II (30 puncte)

1. Se consideră matricea

$A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 2x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1+2x \end{pmatrix}$ unde *x* este număr real.

a) Arătaţi că $det\big(A(1)\big) = 2$.

b) Arătaţi că $A(x)A(y) = A(xy + x + y)$, pentru orice numere reale *x* şi *y*.

c) Determinaţi numerele reale x, ştiind că $A(x)A(x)A(x) = A(7)$.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 + X + m$, unde *m* este număr real.

a) Arătaţi că $f(0) = m$.

b) Pentru $m = 1$, arătaţi că ${x_1}^3 + {x_2}^3 + {x_3}^3 = 5x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului *f*.

c) Determinaţi numărul natural prim *m*, ştiind că polinomul *f* are o rădăcină întreagă.

Subiectul III (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - \sqrt{x^2+1}$.

a) Arătați că $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției *f*.

c) Arătaţi că derivata funcţiei *f* este descrescătoare pe $\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcţia $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = lnx$.

a) Arătaţi că $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$.

b) Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei *f*, axa *Ox* şi dreptele de ecuaţii $x = 1$ şi $x = e$.

c) Determinaţi numărul natural nenul *n*, ştiind că $\int_1^e \frac{1}{x}(f(x))^n dx = \frac{1}{2015}$.

Rezolvare:

Subiectul I

1. $r = a_{n+1} - a_n \Rightarrow r = a_2 - a_1 \Rightarrow r = 5 - 2 \Rightarrow r = 3$

$a_3 = a_2 + r \Rightarrow a_3 = 5 + 3 \Rightarrow a_3 = 8$

2. $A(3,5) \in G_f \Leftrightarrow f(3) = 5 \Leftrightarrow a - 3 = 5 \Leftrightarrow a = 8$

3. $(2^3)^{4-x} = 2^{2x+2} \Leftrightarrow 2^{12-3x} = 2^{2x+2} \Leftrightarrow 12 - 3x = 2x + 2$

$-5x = -10 \Rightarrow x = 2.$

4. Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile.

Sunt 9 numere natural de două cifre care au produsul cifrelor egal cu 0, deci sunt 9 cazuri favorabile.

$$p = \frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile} \Rightarrow p = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

5. Ecuaţia dreptei dată de un punct şi o pantă este $y - y_M = m(x - x_M)$, unde *m* este panta dreptei. Atunci ecuţia dreptei este

$y - 1 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x - 1$

6. Se observă că $13^2 = 5^2 + 12^2$ deci triunghiul *ABC* este dreptunghic în A.

$$\sin C = \frac{cateta\ opusă}{ipotenuză} \Rightarrow \sin C = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sin C = \frac{5}{13}$$

Subiectul II

1. a) $A(1)=\begin{pmatrix}0&0&2\\0&1&0\\-1&0&3\end{pmatrix}\Rightarrow \det\big(A(1)\big)=\begin{vmatrix}0&0&2\\0&1&0\\-1&0&3\end{vmatrix}\Rightarrow$

$\Rightarrow \det\big(A(1)\big)=0+0+0-(-2)-0-0=2$

b)

$$A(x)A(y)=\begin{pmatrix}(1-x)(1-y)-2xy & 0 & (1-x)2y+2x(1+2y)\\ 0 & 1 & 0\\ -x(1-y)-(1+2x)y & 0 & -2xy+(1+2x)(1+2y)\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1-y-x+xy-2xy & 0 & 2y-2xy+2x+4xy\\ 0 & 1 & 0\\ -x+xy-y-2xy & 0 & -2xy+1+2y+2x+4xy\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1-(xy+x+y) & 0 & 2(xy+x+y)\\ 0 & 1 & 0\\ -(xy+x+y) & 0 & 1+2(xy+x+y)\end{pmatrix}=A(xy+x+y)$$

pentru orice numere reale *x* și *y*

c) Folosim rezultatul de la punctul b)

$A(x)A(x)A(x)=A(x^2+2x)A(x)=A(x^3+2x^2+x^2+2x+x)=$
$=A(x^3+3x^2+3x)=A(7)$
$\Rightarrow x^3+3x^2+3x=7\Rightarrow (x+1)^3-1=7\Rightarrow (x+1)^3=8$
$\Rightarrow (x+1)^3=2^3\Rightarrow x+1=2\Rightarrow x=1$

2. a) $f(0)=0^3+2\cdot 0^2+0+m=m$

b) Pentru *m=1*, din relațiile lui Viete avem

$x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}\Rightarrow x_1+x_2+x_3=-2$

$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\dfrac{c}{a}\Rightarrow x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=1$

$x_1x_2x_3=-\dfrac{d}{a}\Rightarrow x_1x_2x_3=-1$

Iar $x_1{}^3+x_2{}^3+x_3{}^3=-2(x_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2)-(x_1+x_2+x_3)-3=-2((-2)^2-2\cdot 1)-(-2)-3=-5=5x_1x_2x_3$

c) $x_1 \in \mathbb{Z}$ şi $f(x_1) = 0 \Leftrightarrow m = -x_1(x_1+1)^2$
Deoarece m este un număr prim, obţinem $(x_1+1)^2 = 1 \Rightarrow x_1 = 0$ sau $x_1 = -2$.
$x_1 = 0$ nu convine problemei, iar pentru $x_1 = -2$ obţinem $m = 2$

Subiectul III

1. a) $f' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}(x^2+1)' = 1 - \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}, x \in \mathbb{R}$

b) $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty}\left(x - \sqrt{x^2+1}\right) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-(x^2+1)}{x+\sqrt{x^2+1}} =$
$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-1}{x+\sqrt{x^2+1}} = 0$
Dreapta de ecuaţie y=0 este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)

$$f''(x) = -\frac{x'\sqrt{x^2+1} - x\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{x^2+1} = -\frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} =$$
$$= -\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}, x \in \mathbb{R}$$

$f''(x) < 0, \forall\, x \in \mathbb{R}$, deci funcţia f' este descrescătoare pe $\mathbb{R}$

2.
a) $\int_1^e \frac{1}{x}dx = \ln x|_1^e = \ln e - \ln 1 = 1$
b) $\mathcal{A} = \int_1^e |fx|dx = \int_1^e \ln x\, dx = x\ln x|_1^e - \int_1^e x \cdot \frac{1}{x}dx = e - x|_1^e =$
$= e - e + 1 = 1$
c) $\int_1^e \frac{1}{x}(f(x))^n\, dx = \int_1^e \frac{1}{x}\ln^n x\, dx = \frac{1}{n+1}\ln^{n+1} x|_1^e = \frac{1}{n+1}$
$\dfrac{1}{n+1} = \dfrac{1}{2015} \Leftrightarrow n = 2014$

B. Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale, profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

Prof. Lia Asztaloș
C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău

Subiectul I (30 puncte)

1. Arătaţi că $\frac{1}{2} : 0{,}5 - 1 = 0$.

2. Calculaţi $f(-1) + f(0) + f(1)$, $unde\ \ f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 + x$.

3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+1} = 5$.

4. Un obiect costă 150 lei. Calculaţi preţul obiectului după o scumpire cu 30%.

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,5) şi B(3,5). Determinaţi distanţa de la punctul A la punctul B.

6. Calculaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AC=5 şi m($\measuredangle$B)=45^0.

Subiectul II (30 puncte)

1. Se consideră matricele M=$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ şi I_2=$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Arătaţi că *det* M=4.

b) Arătaţi că $M \cdot M + 3M + 4I_2 = O_2$, unde O_2=$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

c) Determinaţi numerele reale a şi b astfel încât $M \cdot M \cdot M = aM + b\ I_2$.

2. Se consideră polinomul $f = x^3 - 5x^2 + 5x - 1$.

a) Arătaţi că $f(1) = 0$.

b) Arătaţi că $f(a) + f(-a) + 2 \leq 0$, pentru orice număr real a.

c) Demonstraţi că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15x_1x_2x_3$ unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

Subiectul III (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x^3 - 6x + 1$.

a) Arătaţi că $f'(x) = 6(x-1)(x+1), x \in \mathbb{R}$.

b) Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă x =1, situate pe graficul funcției f.

c) Demonstraţi că $f(2012) + f(2014) \leq f(2013) + f(2015)$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x^2 - 4$.

a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) + 4)dx = \frac{1}{3}$.

b) Determinați aria suprafeței plane determinate de graficul funcției $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x)+5}$, axa Ox şi dreptele de ecuații $x = 0$ şi $x = 1$.

c) Determinați numărul real a, a >1, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)+4}{x} dx = 12$.

Barem de corectare:

Subiectul I

1.	$0{,}5 = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} - 1 = 0$	5p
2.	$f(-1) = 0, f(0) = 0, f(1) = 2$ $f(-1) + f(0) + f(1) = 2$	3p 2p
3.	$3x + 1 = 25$ $x = 8$, care verifică relația.	3p 2p
4.	$30\%\ din\ 150\ este\ \frac{30}{100} \cdot 150 = 45$ Prețul după scumpire este 150+45=195 lei	3p 2p
5.	AB=$\sqrt{(3-1)^2 + (5-5)^2}$ =2	5p
6.	Δ ABC isoscel AB=5	3p 2p

Subiectul II

1.	a) det M=$\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$=2-(-2)=4	5p
	b) $M \cdot M = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, 3M=$\begin{pmatrix} -6 & 6 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$, $4I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ obținem $M \cdot M + 3M + 4I_2 = O_2$	3p 2p
	c) $M \cdot M \cdot M = \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -5 & 7 \end{pmatrix}$, $aM + b\ I_2 = \begin{pmatrix} -2a+b & 2a \\ -a & -a+b \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -5 & 7 \end{pmatrix} =$ $\begin{pmatrix} -2a+b & 2a \\ -a & -a+b \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = 5,\ b = 12.$	1p 2p 2p

2.	a) $Prin\ calcul\ \ f(1)=0$	5p
	b) $f(a)=a^3-5a^2+5a-1$, $f(a)=-a^3-5a^2-5a-1$, $f(a)+\ f(-a)+2=-10a^2\leq\ 0$, pentru orice număr real a	2p 3p
	c) $x_1+x_2+x_3=5$, $x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=5$, $x_1x_2x_3=1$ $x_1^2+x_2^2+x_3^2=15x_1x_2x_3$	3p 2p

Subiectul III

1.	a)$f\,'(x)=6x^2-6=6(x^2-1)=$ $=6(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$	3p 2p
	b) $f(1)=-3$, $f\,'(1)=0$ Ecuația tangentei este y-$f(1)=f'(1)(x-1)\Rightarrow$ $y=-3$	2p 3p
	c) $f'(x)\geq 0$, $pentru\ orice\ x\in[1,+\infty)$, deci f este crescătoare pe intervalul $[1,+\infty)$ $f(2012)\leq f(2013)$ şi $f(2014)\leq f(2015)$, deci $f(2012)+f(2014)\leq f(2013)+f(2015)$.	3p 2p
2.	a) $\int_0^1(f(x)+4)dx=\int_0^1 x^2dx=\frac{x^3}{3}\|_0^1=\frac{1}{3}$	5p
	b) $\mathcal{A}=\int_0^1\|g(x)\|dx=\int_0^1\frac{1}{x^2+1}dx=arctgx\|_0^1=$ $arctg1-arctg0=\frac{\pi}{4}$	3p 2p
	c) $\int_1^a\frac{f(x)+4}{x}dx=\int_1^a xdx=\frac{x^2}{2}\Big\|_1^a=\frac{a^2}{2}-\frac{1}{2}$, $\frac{a^2}{2}-\frac{1}{2}=12\Leftrightarrow a^2-25=0, a^2-25=0,$ $dar\ a>1$, obținem $a=5$.	3p 2p

3. Examenul de Bacalaureat sesiunea iunie – iulie 2015, Informatică, limbajul Pascal

Filiera teoretică, profilul real, specializările: matematică-informatică, matematică-informatică intensiv informatică.

Prof. Paula – Cristina Deac
C.T. "Alesandru Papiu Ilarian" Zalău

Subiectul I (30 de puncte)

1. Variabila întreagă x memorează un număr natural cu cel puțin patru cifre nenule distincte. Expresia Pascal a cărei valoare este egală cu cifra sutelor acestui număr este:

a. x div 100 b. x mod 100 c. (x div 10) mod 10 d. (x div 100) mod 10

2. Se consideră algoritmul alăturat, reprezentat în pseudocod. S-a notat cu a%b restul împărţirii numărului natural a la numărul natural nenul b şi cu [c] partea întreagă a numărului real c.

a) Scrieţi valoarea afişată dacă se citesc, în această ordine, numerele 7 şi 2.

b) Dacă pentru variabila *k* se citeşte numărul 5, scrieţi cea mai mică şi cea mai mare valoare care pot fi citite pentru *n* astfel încât, în urma executării algoritmului, pentru fiecare dintre acestea, valoarea afişată să fie 3.

c) Scrieţi în pseudocod un algoritm, echivalent cu cel dat, înlocuind prima structură *cât timp...execută* cu o structură repetitivă de tip *pentru...execută*.

d) Scrieţi programul Pascal corespunzător algoritmului dat.

```
citeşte n, k (numere naturale, k>1)
pm←0
i←1
┌cât timp i≤n execută
│ x←i
│ p←0
│ ┌cât timp x%k=0 execută        x← [x/k]
│ │                              p←p+1
│ └■
│ ┌dacă p>pm atunci
│ │ pm←p
│ └■
│ i←i+1
└■
scrie pm
```

Subiectul II (30 de puncte)

1. Variabila c, declarată alăturat, memorează titlul şi preţul unei cărţi. Expresia Pascal a cărei valoare reprezintă preţul cărţii respective majorat cu 50% este:

```
type carte=record
        titlu:string;
        pret:real
       end;
var c:carte;
```

a. c.pret*3/2 b. pret.c*3/2 c. c(pret)*3/2 d. pret[c]*3/2

2. Un arbore cu 37 de noduri, numerotate de la 1 la 37, are ca rădăcină nodul numerotat cu 1, iar tatăl fiecărui nod i ($i \in [2,37]$) este numerotat cu partea întreagă a rădăcinii pătrate a lui i ($[\sqrt{i}]$). Numărul de frunze ale arborelui este:

a. 36 b. 31 c. 21 d. 6

3. Un graf neorientat cu 8 noduri, numerotate de la 1 la 8, are muchiile [1,2], [1,6], [4,6], [3,6], [6,5], [5,3], [3,4], [7,8], [8,2]. Enumerați trei noduri care nu aparţin niciunui ciclu în acest graf.

4. Fiind date două şiruri de caractere a şi b, îl numim pe a prefix al lui b dacă a este egal cu b sau dacă b se poate obţine din a prin alipirea la dreapta a unor noi caractere. Variabilele a şi b pot memora câte un şir cu cel mult 20 de caractere. Ştiind că variabila b a fost iniţializată cu un şir format dintr-un număr par de caractere, scrieţi o secvenţă de instrucţiuni în urma executării căreia variabila a să memoreze un prefix al lui b a cărui lungime să fie jumătate din lungimea lui b.

Exemplu: dacă b memorează şirul aurari, atunci a memorează şirul aur.

5. Scrieţi un program Pascal care citeşte de la tastatură un număr natural, n ($n \in [2,20]$), apoi n numere naturale din intervalul [0,104], reprezentând, de la stânga la dreapta, în această ordine, valorile elementelor aflate pe prima linie a unui tablou bidimensional cu n linii şi n coloane. Programul construieşte în memorie tabloul, iniţializând celelalte elemente, astfel încât fiecare linie să se obţină prin permutarea circulară a elementelor liniei anterioare, de la stânga spre dreapta, cu o poziţie, ca în exemplu. Programul afişează pe ecran tabloul obţinut, fiecare linie a tabloului pe câte o linie a ecranului, elementele de pe aceeaşi linie fiind separate prin câte un spaţiu.

Exemplu: dacă se citesc numerele n=4, apoi 1, 1, 3, 2, se obţine tabloul alăturat.

```
1 1 3 2
2 1 1 3
3 2 1 1
1 3 2 1
```

Subiectul III (30 de puncte)

1. Utilizând metoda backtracking, se generează toate numerele naturale din intervalul [100, 999] care au suma cifrelor egală cu 5. Primele cinci soluţii obţinute sunt, în această ordine 104, 113, 122, 131, 140. Utilizând acelaşi algoritm, se generează toate numerele naturale din intervalul [1000, 9999] care au suma cifrelor egală cu 6. Al treilea număr generat este:

a. 1005 b. 1023 c. 1031 d. 1041

2. Subprogramul F este definit alăturat. Scrieţi ce se afişează în urma apelului de mai jos.

F('d');

```
procedure F(c:char);
begin
    if c>='a' then
    begin
      write(c);
      F(pred(c))
    end
end;
```

3. Șirul lui Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,…) se defineşte astfel: $f_1=1$, $f_2=1$ şi $f_i=f_i-1+f_i-2$ pentru orice număr natural i, $i\geq3$. Subprogramul Fibo are un singur parametru, n, prin care primeşte un număr natural ($n\epsilon[1,30]$). Subprogramul returnează al n-lea termen impar al șirului lui Fibonacci. Scrieţi definiţia completă a subprogramului. Exemplu: dacă n=6, subprogramul returnează numărul 21.

4. Fişierul *bac.txt* conține un şir de cel mult un milion de numere naturale din intervalul [0, 102], separate prin câte un spațiu. Se cere să se determine toate perechile distincte formate din termeni ai şirului aflat în fişier, x şi y ($y-x\geq2$), astfel încât să nu existe niciun termen al şirului care să aparțină intervalului (x, y). Numerele din fiecare pereche sunt afişate pe câte o linie a ecranului, în ordine strict crescătoare, separate printr-un spațiu, iar dacă nu există nicio astfel de pereche, se afişează pe ecran mesajul nu exista. Pentru determinarea numerelor cerute utilizați un algoritm eficient din punctul de vedere al timpului de executare. Exemplu: dacă fişierul conține numerele

5 9 0 8 10 11 12 13 15 14 6 7 40 10 0 0 5 41 95 7

atunci pe ecran se afişează, nu neapărat în această ordine, perechile

0 5
15 40
41 95

a) Descrieți în limbaj natural algoritmul utilizat, justificând eficiența acestuia.

b) Scrieți programul Pascal corespunzător algoritmului descris.

Rezolvare:

Subiectul I

1. d
2. a) 2

   b) 125, 624

   c)
```
citeşte n, k (numere naturale, k>1)
pm←0
┌pentru i←1, n, 1 execută
│ x←i
│ p←0
│ ┌cât timp x%k=0 execută
│ │ x← [x/k]
│ │ p←p+1
│ └■
│ ┌dacă p>pm atunci
│ │ pm←p
│ └■
└■
scrie pm
```

   d)
```
program unu_d;
var n, k, x, i, p, pm:word;
begin
    write('n='); readln(n); write('k='); readln(k);
    pm:=0; i:=1;
    while i<=n do
    begin    x:=i; p:=0;
             while x mod k=0 do
             begin
                 x:=x div k;
                 p:=p+1;
             end;
             if p>pm then pm:=p;
             i:=i+1;
    end;
    writeln(pm);
    readln;
end.
```

Subiectul II

1. a
2. b
3. Se vor elimina oricare 3 dintre nodurile 1, 2, 7, 8.
4. a:=copy(b,1, length(b) div 2);
   sau a:=”;
   for i:=1 to length(b) div 2 do a:=a+b[i];
5. Program doi_cinci;

```
type vector = array[1..20] of word;
      matrice = array[1..20, 1..20] of word;
var n, i, j: word;
     v: vector; a: matrice;
begin
    write('n='); readln(n);
    for i:=1 to n do begin     write('v[',i,']=');
                               readln(v[i]);
                       end;
    for j:=1 to n do a[1, j]:=v[j];
    for i:=2 to n do begin     a[i, 1]:=a[i-1, n];
                               for j:=2 to n do a[i, j]:=a[i-1, j-1];
                       end;
    for i:=1 to n do begin     for j:=1 to n do write(a[i, j], ’  ’);
                               writeln;
                       end;
    readln;
end.
```

Subiectul III

1. b
2. dcba
3. Function Fibo (n:word): longint;

```
var nr: word; a, b, c: longint;
begin     if (n=1) or (n=2) then Fibo:=1
          else begin     a:=1; b:=1; nr:=2;
                         while k<n do
                         begin     c:=a+b; a:=b; b:=c;
                                   if c mod 2 = 1 then nr:=nr+1;
                         end;
                 end;
end;
```

4. a) Algoritmul de rezolvare propus presupune citirea numerelor din fișier și construirea unui vector de frecvență în care valorile citite sunt indici. De fiecare dată când citim un element din fișier, valoarea din vector asociată acestui număr va fi 1. Pentru tipărirea soluției, vom căuta numerele consecutive pentru care valoarea din vector este 0.

Eficiența algoritmului, ca timp de execuție, constă în faptul că parcurgem o singură dată fișierul cu un număr mare de valori. Deoarece numărul de valori din fișier (1000000) este dimensiunea care contează în problemă, spunem că am obținut un algoritm liniar. Ca spațiu de memorie, soluția propusă este eficientă, deoarece utilizează doar un vector de 101 elemente, nu se rețin toate cele 1000000 elemente din fișier.

b)
```
Program trei_patru;
    type vector=array[0..100] of byte;
    var   i, j, ok, x: word;
          v: vector; f: text;
    begin
          assign(f, 'bac.txt'); reset(f);
          while not eof(f) do
          begin
                    read(f, x);
                    v[x]:=1;
          end;
          close(f);
          i:=0;
          while v[i]=0 do i:=i+1;
          while i<=100 do
          begin
                    j:=i+1;
                    while (v[j]=0) and (j<=100) do j:=j+1;
                    if (j-i>=2) and (v[j]=1) then
                    begin
                          ok:=1;
                          writeln(i,’ ’,j);
                    end;
                    i:=j;
          end;
          if ok=0 then writeln(’Nu exista!’);
          readln;
    end.
```

Între jocuri şi matematică

prof. Klára Alexuţan
C.T. ”Alesandru Papiu-Ilarian” Zalău

1. Turnul din Hanoi (Turnul lui Brahma)

Această problemă a fost propusă de matematicianul francez Edouard Lucas în anul 1883. Sursa de inspirație este o legendă despre un templu hindus unde se găsește o încăpere ce conține trei tije de diamant și 64 de discuri din aur de mărimi diferite. Discurile au fost așezate inițial pe tija din stânga, în ordinea mărimii – jos cel mai mare, sus cel mai mic.

Preoții brahmani, acționând în virtutea unei vechi profeții, caută să mute discurile pe tija din dreapta (păstrând ordonarea după mărime), folosind tija din mijloc ca intermediar. Conform legendei, când se va realiza ultima mutare lumea se va sfârși.

Regulile ce trebuie respectate sunt următoarele:

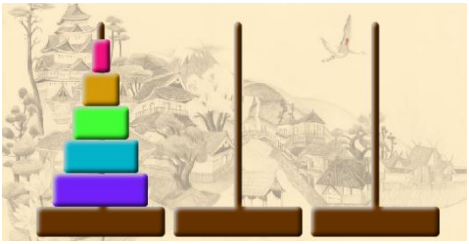
a) Un singur disc poate fi mutat o data;
b) Fiecare mutare constă în a lua discul de sus de pe o stivă și a-l pune tot ca disc de sus pe o altă stivă;
c) Un disc mai mare nu poate fi plasat pe un disc mai mic.

Numărul minim de mutări este de $2^n - 1$, unde n este numărul de discuri. De exemplu, avem următoarele situații:

- pentru 3 discuri: $2^3 - 1 = 7$ mutări
- pentru 4 discuri: $2^4 - 1 = 15$ mutări
- pentru 5 discuri: $2^5 - 1 = 31$ mutări
- pentru toate cele 64 de discuri:
  $2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.615$ mutări

Dacă preoții ar face o mutare pe secundă, le-ar lua aproximativ 585 de miliarde de ani să ducă sarcina la bun sfârșit.

Alăturat aveți o variantă ”de începător”, cea cu 5 discuri și un număr minim de 31 de mutări.



2. Mingi diferite

Proprietarului unei piscine i s-au oferit șase saci cu mingi colorate: roșii, portocalii, galbene, verzi, albastre și mov. Fiecare minge cîntărește 100 de grame, cu excepția celor de o anumită culoare, care cîntăresc câte 110 grame. Proprietarul dorește să afle care mingi sunt mai grele și are la dispoziție pentru aceasta un cântar foarte precis. Cum poate determina acest lucru cu o singură cântărire?

3. Oul de 5 minute

Trebuie să fierbi un ou exact 5 minute, dar nu ai la dispoziție decât o clepsidră de 4 minute și una de 3 minute. Cum vei reuși să măsori cinci minute cu ajutorul lor?

4. Clasa mea

Într-o clasă cu 15 băieți, 14 au ochi albaștri, 12 părul negru, 11 sunt supraponderali și 10 sunt înalți. Poți spune numărul minim de băieți înalți, supraponderali, cu păr negru și cu ochi albaștri?

5. Cu 2, 3 și 4 picioare

În sala de lectură a unei biblioteci există câteva scaune cu 3 picioare și fotolii cu 4 picioare și toate sunt ocupate. Dacă numeri 39 de picioare în sală, e posibil să afli câte scaune, fotolii și oameni sunt acolo?

Aşteptăm rezolvările voastre pe adresa redacţiei!

Bibliografie:

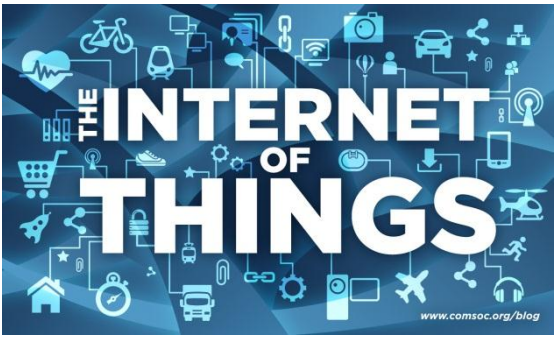
1. Moscovich, Ivan, *Marea carte a jocurilor minţii – Probleme creative de logică, geometrie și modele matematice*, Editura Litera, Bucureşti, 2009
2. Moscovich, Ivan, *Marea carte a jocurilor minţii – Probleme creative de logică, matematică și fizică,* Editura Litera, Bucureşti, 2010
3. https://en.wikipedia.org

Informatica pe Internet

Prof. Ioana Ionescu
C.T. ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău

Ce este și la ce servește IoT (Internet of Things)?

Internetul Tuturor Lucrurilor, numit şi Internetul a Orice, în engleză Internet of Things, este un concept care definește o lume în care toate obiectele (mașini, electrocasnice, sisteme de iluminat, dispozitive mobile, portabile, etc) sunt conectate între ele cu ajutorul internetului.



Dacă ar fi să încercăm din prima o definiție a IoT, am putea spune că este o interacțiune între oameni și obiecte cu diverse funcționalități, din care rezultă un schimb de informații și cunoștințe, schimb care creează valori noi. Altfel spus, Internet of Things (IoT) reprezintă interacțiunile dintre dispozitive inteligente unice interconectate prin infrastructura Internet actuală.

Referindu-ne la obiecte în contextul IoT, putem include o gamă largă de dispozitive, cum ar fi – de exemplu – implanturi cardiace, chipuri implantate sau atașate animalelor, automobile care înglobează senzori, televizoare și aparatură casnică smart, etc. Ele sunt deja în jurul fiecăruia dintre noi, iată câteva exemple tipice: termostate inteligente, imprimante conectate via Wi-Fi, sisteme de automatizare a iluminatului, climatizării și așa mai departe.

Vom vedea în continuare câteva direcții importante unde IoT poate aduce schimbări semnificative în viețile noastre și în dezvoltarea tehnologică.

Orașe și zone industriale – Serviciile eficiente din orașele inteligente pot contribui major la protejarea mediului înconjurător. Resursele controlabile prin automatizare și monitorizare (cum ar fi apa, gazele sau energia electrică sau termică) ar putea fi distribuite mai eficient, în conformitate cu necesitățile reale, iar companiile pot fi alertate eficient dacă există risipă sau probleme de infrastructură.

Clădiri inteligente și grija pentru mediu – Consumul energetic necontrolat din clădirile de birouri, hoteluri, săli de sport, hale industriale, locuințe, etc. este o sursă majoră de poluare. În condiții de criză economică, reducerea costurilor, în paralel cu reducerea poluării se pot face foarte eficient prin implementarea tehnologiilor IoT. Automatizarea sistemelor de iluminat, de încălzire și de apă în funcție de gradul de utilizare a locației și de condițiile meteo-climatice este nu doar utilă, ci și necesară.

Transport, dinamică și mobilitate – Într-o metropolă, o foarte mare parte din trafic este cauzată, de exemplu, de cei care își caută un loc de parcare. Asemenea situații pot fi evitate prin semnalizarea locurilor de parcare neocupate și prezentarea locurilor disponibile printr-un sistem accesibil publicului prin computerele de la bordul autovehiculelor. Adițional, o mașină inteligentă poate raporta prin sensorii săi problemele care pot fi remediate de serviciile specializate aferente pe durata staționării în parcare. Marele avantaj al acestor sisteme inteligente este acela că ele raportează dinamic, în timp real situația curentă din locațiile și vehiculele monitorizate de senzori.

Sistemul medical și locuințe inteligente - Îmbătrânirea populației, tendință la nivel global, prezentă deja destul de accentuat în Europa, Canada și Statele Unite, face ca foarte mulți seniori să locuiască singuri sau departe de copii. Monitorizarea stării de sănătate și a prezenței pot contribui la siguranța acestora și la informarea rudelor despre necesitățile lor de fiecare dată când este necesar. Senzorii pot monitoriza temperaturi, prezența și mișcarea persoanelor, pot ajuta la rememorearea auto-administrării medicamentelor prescrise, etc. Aceiași senzori pot trimite avertizări când apar dereglări ale ciclurilor monitorizate. Senzorii pot ajuta enorm în spitale, cămine și aziluri de bătrâni, acolo unde monitorizarea atentă a persoanelor îngrijite este cel puțin la fel de importantă ca și intervențiile efectuate la timp.

Acestea sunt doar câteva exemple privind posibile utilizări pentru dispozitivele IoT, dar gama este mult mai amplă și mai complexă. Dar despre acest subiect vom mai vorbi și cu alte ocazii, pentru că va fi tot mai important pentru fiecare dintre noi.

Surse:

- https://wfl.ro/tutoriale/ce-este-si-la-ce-serveste-iot-internet-things/
- https://ro.wikipedia.org/wiki/Internetul_Tuturor_Lucrurilor

Clubul rezolvitorilor de probleme

Inspector şcolar,
Prof. Adonia Augustina Opriş

Rubrica de faţă se doreşte a fi de ajutor elevilor care se pregătesc pentru Concursul de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”. Probleme selectate, pe nivele de studiu, sunt menite să dezvolte motivaţia pentru studiului matematicii şi al competiţiei.

Clasa a IX-a

1. Să se arate că:

$$\sqrt{\frac{1^2+2^2}{2}}+\sqrt{\frac{3^2+4^2}{2}}+\sqrt{\frac{5^2+6^2}{2}}+...+\sqrt{\frac{2014^2+2015^2}{2}}\geq 504\cdot 2015.$$

2. Fie punctele $P(x,y)$ cu proprietatea că:

$$y=\sqrt{x^2-6x+9}-|x+2|,\ x\in(-2,3).$$

Determinaţi punctele P care au coordonate întregi.

3. O progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ de raţie r şi $a_1>0$ are proprietatea că există $p,m\in N^*$, $p\neq m$ astfel încât $\frac{a_1+a_2+...+a_p}{a_1+a_2+...+a_m}=\frac{p^2}{m^2}$.

Demonstraţi că $r=2a_1$.

Clasa a X-a

1. Se consideră mulţimea $A=\left\{a+b\sqrt{5}\mid a,b\in Z\right\}$. Arătaţi că:

a) $\sqrt{6+2\sqrt{5}}\in A$.

b) dacă $x,y\in A$, atunci $x\cdot y\in A$.

2. Ştiind că $2\lg\left(x-\frac{3}{y}\right)=\lg 4x-\lg y$, calculaţi xy.

3. Demonstraţi egalitatea:

$$\frac{5}{9}\cdot\frac{12}{16}\cdot\ldots\cdot\frac{n(n+4)}{(n+2)^2}=\frac{(n+3)(n+4)}{6(n+1)(n+2)},\ n\in N^*\ .$$

Clasa a XI-a

1. Aflaţi matricele $A\in M_2(R)$ astfel încât $A^2+A+I_2=O_2$. Arătaţi că sunt inversabile şi calculaţi inversele lor.

2. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia:

$$\begin{vmatrix} x & 2015 & 2015 & 2015 \\ 2015 & x & 2015 & 2015 \\ 2015 & 2015 & x & 2015 \\ 2015 & 2015 & 2015 & x \end{vmatrix}=0.$$

3. Se consideră şirurile $(a_n)_{n\geq 2}$ şi $(b_n)_{n\geq 1}$ definite prin:

$$a_n=\left(\frac{2}{2!}+\frac{7}{3!}+\ldots+\frac{n^2-2}{n!}\right)+\frac{n+2}{n!}\ ,$$

$$b_n=\ln\left(1-\frac{4}{3^2}\right)+\ln\left(1-\frac{4}{5^2}\right)+\ldots+\ln\left(1-\frac{4}{(2n+1)^2}\right)$$

a) Calculaţi a_4.

b) Demonstraţi că şirul $(b_n)_{n\geq 1}$ este mărginit.

Clasa a XII-a

1. a) Pe mulţimea $M=\{1,2,3,4\}$ este definită o operaţie „$*$” astfel încât în tabla operaţiei fiecare element apare exact o dată pe fiecare linie şi pe fiecare coloană. Reconstituiţi tabla operaţiei în cazul:

$*$	1	2	3	4
1	1		3	2
2	4			1
3			1	
4	2	1	4	

b) Daţi exemplu de o operaţie internă „$\bullet$” pe mulţimea $M=\{1,2,3,4\}$ astfel încât $1\bullet 1=2,\ 2\bullet 2=3,\ 3\bullet 3=4,\ 4\bullet 4=1$ şi pe fiecare linie şi pe fiecare coloană a tablei să nu găsim două elemente egale.

2. Se consideră funcţiile $f,\ F:\left(\frac{3}{2},+\infty\right)\to R$ unde $f(x)=(5x+1)\sqrt{2x-3}$ şi $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{2x-3}$. Să se determine valorile reale pentru a,b,c astfel încât funcţia F să fie o primitivă a funcţiei f .

3. Stabiliţi o relaţie de recurenţă pentru $I_n=\int \cos^n x dx$, $n\in N,\ n\geq 1$.

Din activitățile noastre...

Experimentul lui Eratostene

Prof. Matyas Mirel
C.T. ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău

Toamna a debutat din punct de vedere astronomic, la data de 23 septembrie 2015, odată cu echinocțiul de toamnă. Fenomenul astronomic ce a avut loc la ora 11:20, reprezintă momentul în care Soarele în mișcarea sa aparentă pe bolta cerească ajunge în ”punctul autumnal” – punct de intersecție dintre ecliptică (orbita mișcării aparente a Soarelui) și ecuatorul ceresc. La acestă dată, razele Soarelui cad perpendicular pe ecuator, ziua este egală cu noaptea pentru toate latitudinile, cu excepția polilor nord și sud. Echinocțiul de toamnă a reprezentat pentru elevii claselor a IX-a B (prof. Mirel Matyas) și a XI-a B (prof. Sîrb Vasile), un prilej de a pune în practică noțiuni elementare de matematică, prin reeditarea Experimentului lui Eratostene de determinare a circumferinței Pământului.

Eratosthenes din Cyrene a fost un renumit matematician, geograf și astronom antic grec, care a devenit celebru prin calcularea în secolul III, î.Hr. a circumferinței Pământului. În timpul solstițiului de vară (21 iulie) la ora 12, a observat că în localitatea Assuan, Soarele este la nadir – adică razele Soarelui cad perpendicular pe sol și corpurile nu lasă umbră. Localitatea Assuan este situată pe Tropicul Racului, acolo unde la solstițiul de vară soarele cade perpendicular pe sol. În aceeași zi și la aceeași oră, la Alexandria un turn lasă o umbră ce reprezintă 1/50 din circumferința unui cerc. Știind că distanța dintre Assuan și Alexandria este de 5000 de stadii grecești (o stadie = 185 metri), Eratostene a calculat folosind regula de trei simplă, că Pământul are o circumferință de aproximativ 252.000 stadii, adică 39.690 km. Valoarea obținută este foarte apropiată de valoarea reală de 40.008 km, eroarea se explică prin faptul că cele două localități nu sunt situate pe același meridian, între ele existând o diferență de 2 grade.

Grație unui grup de profesori din Grecia, Experimentul lui Eratostene este reeditat în zilele noastre de către elevi din întreaga lume. Experimentul se poate realiza la solstiții sau la echinocții și ceea ce este interesant din punct de vedere educațional, este faptul că poate fi realizat în comun de către elevi din școli diferite, din țări diferite. Singura condiție este ca acele școli să fie situate pe meridiane apropiate pentru a avea erori de calcul cât mai mici. Practic, școlile care doresc să participe la experiment, se înscriu pe platforma proiectului (www.eratosthenes.ea.gr) cu datele locului de

observație (longitudine și latitudine). Organizatorii grupează școlile în funcție de meridianul pe care se află și trimit tuturor acestor școli un fișier excel cu datele respective. Au loc diferite contacte între școli, făcându-se un schimb de date.

Experimentul în sine, constă în măsurarea umbrei pe care o lasă un băț vertical (gnomon) cu o lungime de 100 cm, pe sol, la echinocțiul de toamnă (sau de primăvară), atunci când Soarele este la nadir. Cunoscând lungimile laturilor triunghiului dreptunghic format de gnomon și umbră, se poate calcula valoarea unghiului de la vârful acestuia (unghiul dintre gnomon și linia imaginară ce unește vârful gnomonului cu vârful umbrei). Valoarea acestui unghi este comunicată școlilor partenere, iar diferența dintre valoarea unghiului școlii situate mai la nord și a celei situate mai la sud, reprezintă unghiul la centrul Pământului ce subîntinde un arc de cerc egal cu distanța dintre cele două puncte de observație. Acum mai rămâne ca pe baza regulii de trei simplă, să fie calculată valoarea circumferinței Pământului.

La Colegiul Tehnic ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău, reeditarea experimentului lui Eratostene s-a realizat prin folosirea unor instrumente confecționate la atelierul școlii. Grupele de elevi din clasa a IX-a B, coordonate de prof. Mirel Matyas, au obținut pentru lungimea umbrei valori cuprinse între 103 și 113 cm. Există evident erori de măsurare, date de imperfecțiunea instrumentelor. Însă acest fapt contează mai puțin, important este că elevii au avut ocazia să colaboreze pentru realizarea unui experiment științific. Valoarea media a măsurătorilor lor, aceea de 107 cm pentru umbra gnomonului, care conduce la valoarea unghiului de 46,973

grade, dă o valoare a circumferinței Pământului de 40098,174 km (raportarea făcându-se la ecuator). Însă valențele educative ale experimentului lui Eratostene sunt pe deplin valorificate dacă datele obținute de către elevi sunt corelate cu cele ale colegilor lor dintr-o altă școală. În cazul nostru, am făcut schimb de date cu High School of Hydra, școală din Grecia situată la 1093 km de școala noastră. Școala din Hydra a

raportat un unghi de 23,470 grade, valoare care corelată cu valoarea medie obținută de elevii noștri dau o valoare a circumferinței Pământului de 40391,307 km.

Și elevii clasei a XI-a B, coordonați de domnul profesor Sîrb Vasile au reeditat experimentul lui Eratostene. Aceștia au folosit un gnomom (băț vertical) cu lungimea de 148 cm și au obținut o lungime a umbrei de 175 cm. Cu aceste date, a fost calculată valoarea unghiului de la vârful triunghiului dreptunghic format de gnomon și de umbră (privite ca și catete) de 49,77 de grade. Datele obținute de elevii domnului profesor Sîrb Vasile au fost trimise la două școli: Colegiul Național ”Aurel Vlaicu” din Orăștie și respectiv ”160 High School Thessaloniki” din Grecia. Neprimindu-se valoarea unghiului obținut de aceste școli, singura metodă pentru calculul circumferinței Pământului a rămas raportarea la ecuator. Folosind valoarea de 5228 km (API – Ecuator), valoarea obținută pentru circumferința Pământului a fost de 37809,159 km.

Experimentul reeditat de elevii de la API s-a bucurat și de atenția presei. Astfel, au apărut două materiale de presă în ziarele Magazin Sălăjean și Sălajul Pur și Simplu, ambele articole intitulându-se ”Elevii de la API au reeditat Experimentul lui Eratostene”.

Magazin Sălăjean

LIDERUL PRESEI SĂLĂJENE

EDITORIAL POLITICA CULTURA ECONOMIC EVENIMENT INVATAMANT SOCIAL

BANCUL ZILEI DIVERTICMENT RURAL

ELEVII DE LA API AU REEDITAT EXPERIMENTUL LUI ERATOSTENE

MAGAZIN SALAJEAN SEPTEMBRIE 24, 2015 1

Gata cu degete deformate

Mă pastra monturile infiamate pentru toata viata ... Scapa de ele

Prof. Mirel Matyas, Colegiul Tehnic "Alexandru Papiu Ilarian" Zalău

Toamna a debutat din punct de vedere astronomic, astăzi 23 septembrie 2015, odată cu echinocțiul de toamnă. Fenomenul astronomic ce a avut loc la ora 11:20, reprezintă momentul în care Soarele în mișcarea sa aparentă pe bolta cerească ajunge în "punctul autumnal" – punct de intersecție dintre ecliptică (orbita mișcării aparente a Soarelui) și ecuatorul ceresc. La această dată, razele Soarelui cad perpendicular pe ecuator. Ziua este egală cu noaptea pentru toate latitudinile, cu excepția polilor nord și sud. Astăzi Soarele a răsărit și a apus exact în punctele cardinale est și vest. Începând din această zi, durata zilelor va începe să scadă (și a nopților va începe să crească) până la data de 21 decembrie când are loc solstițiul de iarnă.

Sălajul Pur și Simplu

se poate și altfel

Prima pagină Știri Exclusiv SPS Descoperim Sălajul Cronica Reporter Tăndălii Video Pvd

Elevii de la API au reeditat Experimentul lui Eratostene

Autor: Prof. Mirel Matyas, Colegiul Tehnic "Alexandru Papiu Ilarian" Zalău 24.09.2015 este comentariu

Toamna a debutat din punct de vedere astronomic în 23 septembrie 2015, odată cu echinocțiul de toamnă. Fenomenul astronomic ce a avut loc la ora 11:20, reprezintă momentul în care Soarele în mișcarea sa aparentă pe bolta cerească ajunge în "punctul autumnal" – punct de intersecție dintre ecliptică (orbita mișcării aparente a Soarelui) și ecuatorul ceresc. La această dată, razele Soarelui cad perpendicular pe ecuator. Ziua este egală cu noaptea pentru toate latitudinile, cu excepția polilor nord și sud. Astăzi Soarele a răsărit și a apus exact în punctele cardinale est și vest. Începând din această zi, durata zilelor va începe să scadă (și a nopților va începe să crească) până la data de 21 decembrie când are loc solstițiul de iarnă.

Echinocțiul de toamnă a reprezentat pentru clasa a IX-a B a Colegiului Tehnic "Alexandru Papiu Ilarian" Zalău, un prilej de a pune în practică noiuni elementare de matematică, prin reeditarea Experimentului lui Eratostene de determinare a circumferinței Pământului.

Eratosthenes din Cyrene a fost un renumit matematician, geograf și astronom antic grec, care a deținut celebru prin calcularea în secolul III. î.Hr. a circumferinței Pământului. În timpul solstițiului de vară (21 iunie) la ora 12, a observat că în localitatea Assuan, Soarele este la zenit – adică razele Soarelui cad perpendicular pe sol și cazează nu lasă umbră. Localitatea Assuan este situată pe Tropicul Racului, acolo unde la solstițiul de vară soarele cade perpendicular pe sol. În acceași zi și la aceeași oră, la Alexandria un turn lasă o umbră ce reprezintă 1/50 din circumferința unui cerc. Știind că distanța dintre Assuan și Alexandria este de 5000 de stadii (precaș cu stadie = 185 metri), Eratostene a calculat folosind regula de trei simplă, că Pământul are o circumferință de aproximativ 252 000 stadii, adică 39 600 km. Valoarea

Bazar

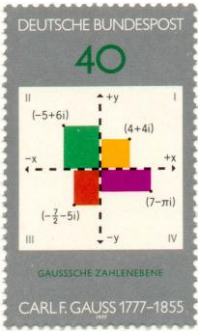
Matematica în filatelie (6)

Prof. Matyas Mirel
C.T. ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău

Continuăm și în acest număr periplul nostru prin lumea fascinantă a mărcilor poștale (din păcate atât de puțin apreciată de tinerii de astăzi) a căror ilustrații sunt cu figurile unor matematicieni. Subiectul este departe a a se epuiza, așa că ne permitem să insistăm.

De regulă, marilor personalități din toate domeniile, li se acordă atenția cuvenită fie în timpul vieții fie, de cele mai multe ori post-mortem. Așa se întâmplă și în cazul marilor matematicieni, inclusiv în filatelie. Surprinzător însă, o mare personalități cum este Carl Friedrich Gauss, este slab reprezentat în filatelia mondială. Chiar și țara sa natală, Germania (RFG sau DDR) i-au dedicat doar trei mărci poștale…

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) a fost un matematician, fizician și astronom german celebru pentru lucrările sale despre integralele multiple, magnetism și sistemul de unități care îi poartă numele. Printre realizările sale matematice remarcabile se numără și desenarea în 1799 a unui poligon regulat cu 17 laturi folosind doar rigla și compasul. În același an obține doctoratul în matematică iar în 1800 devine directorul Observatorului Astronomic din Götingen. După 1820 este din ce în ce mai interesat de geodezie, în 1822 câștigând premiul Universității din Copenhaga pentru studii asupra problemelor geodeziei. În 1832 se ocupă împreună cu Wilhelm Eduard Weber de studiul teoriei magnetismului terestru.

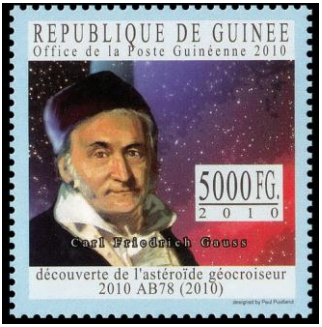


În ordine cronologică, prima marcă poștală având gravată pe ea efigia marelui matematician a fost emisă de Germania Federală în 1955 pentru a comemora centenarul morții sale. A fosta lansată la 23 februarie 1955 de Deutsche Bundespost cu o valoare nominală de 10 pfenigi (pfenig – subdiviziune a mărcii, denumirea monedei germane). 22 de ani mai târziu, pe 14 aprilie 1977, tot Deusche Bundespost emite marca poștală cu valoarea nominală de 40 de pfenigi

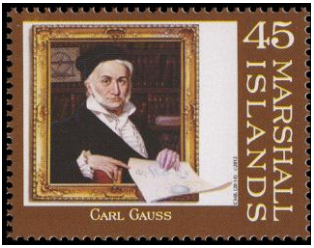
cu ocazia comemorării a 200 de ani de la naşterea lui Gauss. De data această designul mărcii poştale făcea referire la una dintre cele mai importante contribuţii în matematica modernă: planul complex. Conceptul de ”plan complex” (Gausssche Zahlenebene) a fost introdus de Gauss în 1811 într-o scrisoare adresată lui Fredrich Bessel.

Cealaltă Germanie (DDR – Republica Democrată), emite şi ea o marcă poştală dedicată lui Gauss, având valoarea nominală de 40 pfenigi.

Alte ţări care au emis timbre cu sau despre Gauss au fost Nicaragua, Guineea şi Insulele Marshall. Nicaragua emite în 1994 un timbru dedicat lui Gauss, ca parte a unei serii de mărci poştale dedicate astronomilor. Se ştie că C.F. Gauss a avut contribuţii importante şi în astronomie. Republica Guineea emite în 2010 o marcă poştală cu imaginea lui Gauss. Marca poştală este dedicată descoperii asteroidului 2010 AB78.



În fine, ultima marcă poştală dedicată lui Gauss a fost emisă de către Insulele Marshall în 2012.



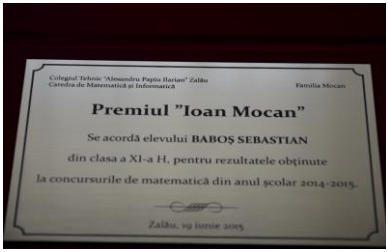
Bibliografie: Imageo of Mathematicians on Postage Stamp (http://jeff560.tripod.com/stamps.html)

Premiul ”Ioan Mocan” 2015

Prof. Matyas Mirel
C.T. ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău

A devenit deja o tradiție la API ca în fiecare an școlar, elevului cu cele mai bune rezultate la matematică / infomatică obținute în anul școlar în curs să-i fie decernat într-un cadru festiv Premiul ”Ioan Mocan”.

Pentru anul școlar 2014 – 2015, Premiul ”Ioan Mocan” – constând dintr-o plachetă oferită de catedra de matematică și informatică și dintr-o sumă de bani oferită de Remus Mocan, a fost acordat elevului Sebastian Baboș din clasa a XI-a H (actuala clasă a XII-a H), coordonat de doamna profesoară Lia Asztalos.



Sebastian Baboș a adus cel mai bun rezultat al catedrei de matematică și informatică: mențiune la etapa națională a Concursului Național de Matematică Aplicată ”Adolf Haimovici”, după ce la etapa județeană a aceluiași concurs a obținut premiul I.

Premiul ”Ioan Mocan” a fost instituit grație unui parteneriat între catedra de matematică și informatică și familia regretatului profesor Ioan Mocan, ca parte a proiectului de amenajare și dotare a cabinetului de matematică, care de asemenea îi poartă numele.

Profil

Prof. Matyas Mirel
C.T. ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău

Copceac Raul – clasa a XII-a C
promoția 2014-2015

A fi profesor de matematică nu este deloc simplu. Chiar dacă ne străduim oră de oră să transmitem cunoştinţe şi deprinderi de lucru elevilor noştri, nu întotdeauna percepția elevilor este pe măsura efortului depus. De aceea ne bucurăm sincer, ori de câte ori descoperim talentele matematice ale unui elev.

Raul Copceac a fost dintotdeauna un elev curios, dornic să descopere singur anumite proprietăți matematice. Inteligent, muncitor, capabil de efort suplimentar, a reușit de-a lungul anilor de liceu să obțină numeroase premii la competițiile la care a participat.

La Concursul Național de Matematică Aplicată ”Adolf Haimovici”, etapa locală, a fost mereu între primii trei elevi la profilul servicii. În clasa a XII-a a venit și confirmarea, mențiune la etapa județeană a concursului. A participat de asemenea la Concursul de Matematică Aplicată ECOMAT la care tot în clasa a XII-a a obținut mențiune.

Însă domeniul care se pliază cel mai bine pe firea lui curioasă, îl reprezintă sesiunea de referate și comunicări. În fiecare an, în echipă cu colegul său Buciu Andrei, a abordat teme interesante care i-au adus satisfacție prin prisma rezultatelor obținute. Astfel, la sesiunea județeană de referate și comunicări ale elevilor, a obținut premiul III în clasa a X-a, premiul II în clasa a XI-a și premiul I în clasa a XII-a.

La o altă competiție importantă, de data acesta de nivel interjudețean – Sesiunea de referate și comunicări ”Față-n față cu adevărul” de la Baia Mare – Raul Copceac a venit de fiecare dată cu lucrări interesante ce au fost apreciate de către comisia de evaluare. La toate participările, din clasa a X-a până în clasa a XII-a a obținut de fiecare dată Premiul I.

În prezent, Raul Copceac este student la Facultatea de Automatică și Calculatoare a Universității Tehnice din Cluj-Napoca, secția Automatică și Informatică Aplicată.

Informații utile
Cum se poate publica în revista MI API ?

Revista de Matematică şi Informatică MI API se adresează tuturor celor care se simt atraşi de matematică şi informatică. Este deschisă atât elevilor cât şi profesorilor de la Colegiul Tehnic ”Alesandru Papiu Ilarian” Zalău, dar şi de la alte şcoli din judeţ sau din ţară.

Profesorii de matematică, care vor să publice articole, studii, chestiuni de metodică, probleme propuse etc, trebuie să trimită pe adresa redacţiei materialele redactate în format electronic, respectând următoarele condiţii:

- pentru editarea materialelor se va folosi una din versiunile Microsoft Office 2007 sau 2010;
- pagina va fi setată la A5, textul va fi scris cu fontul Times New Roman, dimensiunea acestuia va fi de 11;
- pentru editarea formulelor şi a ecuaţiilor matematice se va folosi editorul de ecuaţii implicit;
- figurile geometrice se vor realiza astfel încât acestea să fie lizibile;
- articolele vor fi însoţite de numele autorului / autorilor precum şi de şcoala de provenienţă a acestora;
- sursele de informaţii folosite se vor indica în bibliografie;
- se recomandă ca textele să nu depăşească 4 pagini A5;

Elevii, indiferent de şcoala de provenienţă, pot publica articole în revista MI API dacă au recomandarea profesorului de matematică sau informatică de la clasă. Respectarea cerinţelor prezentate mai sus sunt obligatorii şi pentru aceştia.

Redacţia îşi rezervă dreptul de a selecta materialele trimise spre publicare. De asemenea, responsabilitatea în ce priveşte conţinutul articolelor revine în totalitate autorilor.